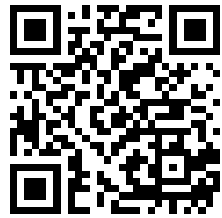
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

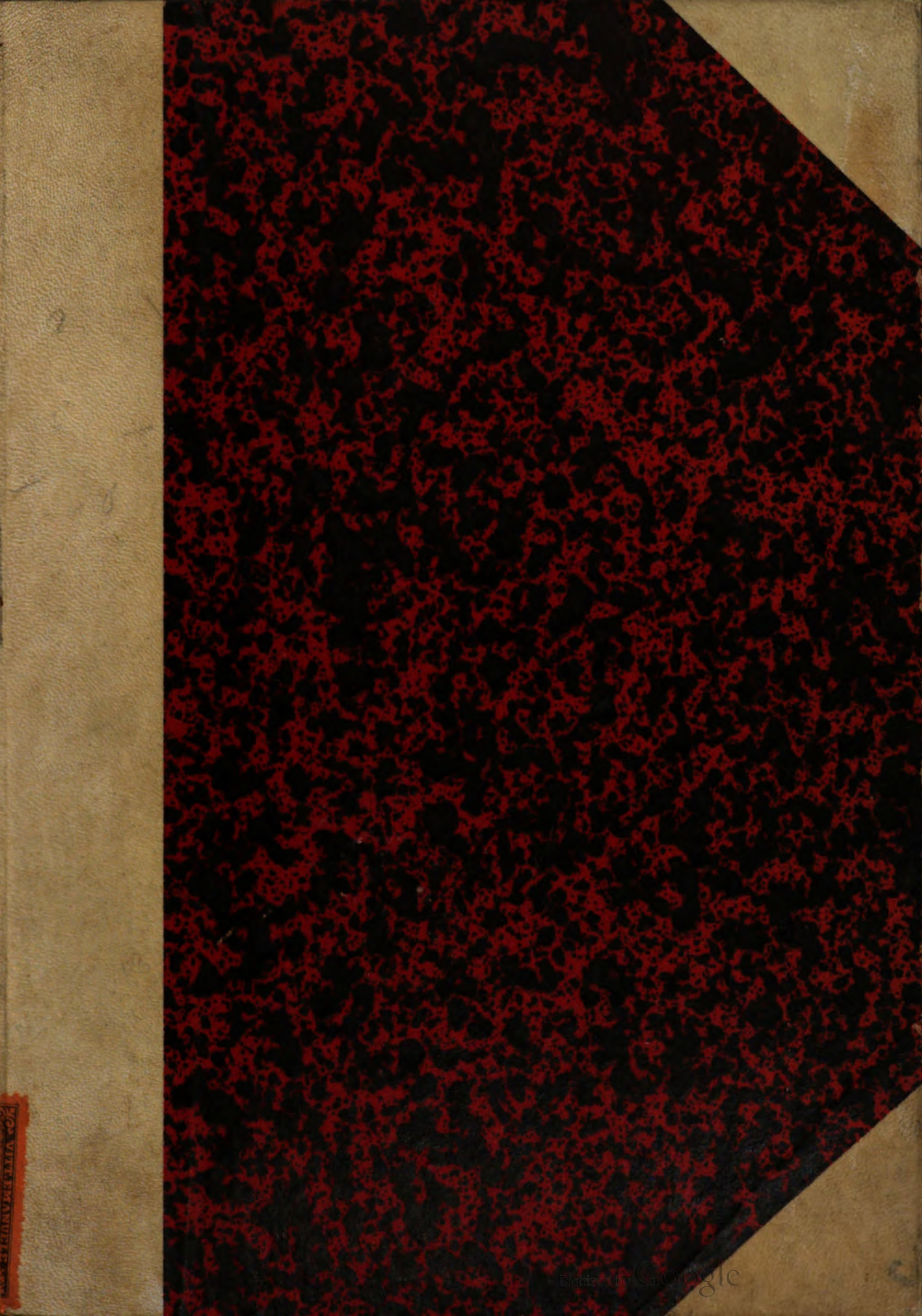
+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

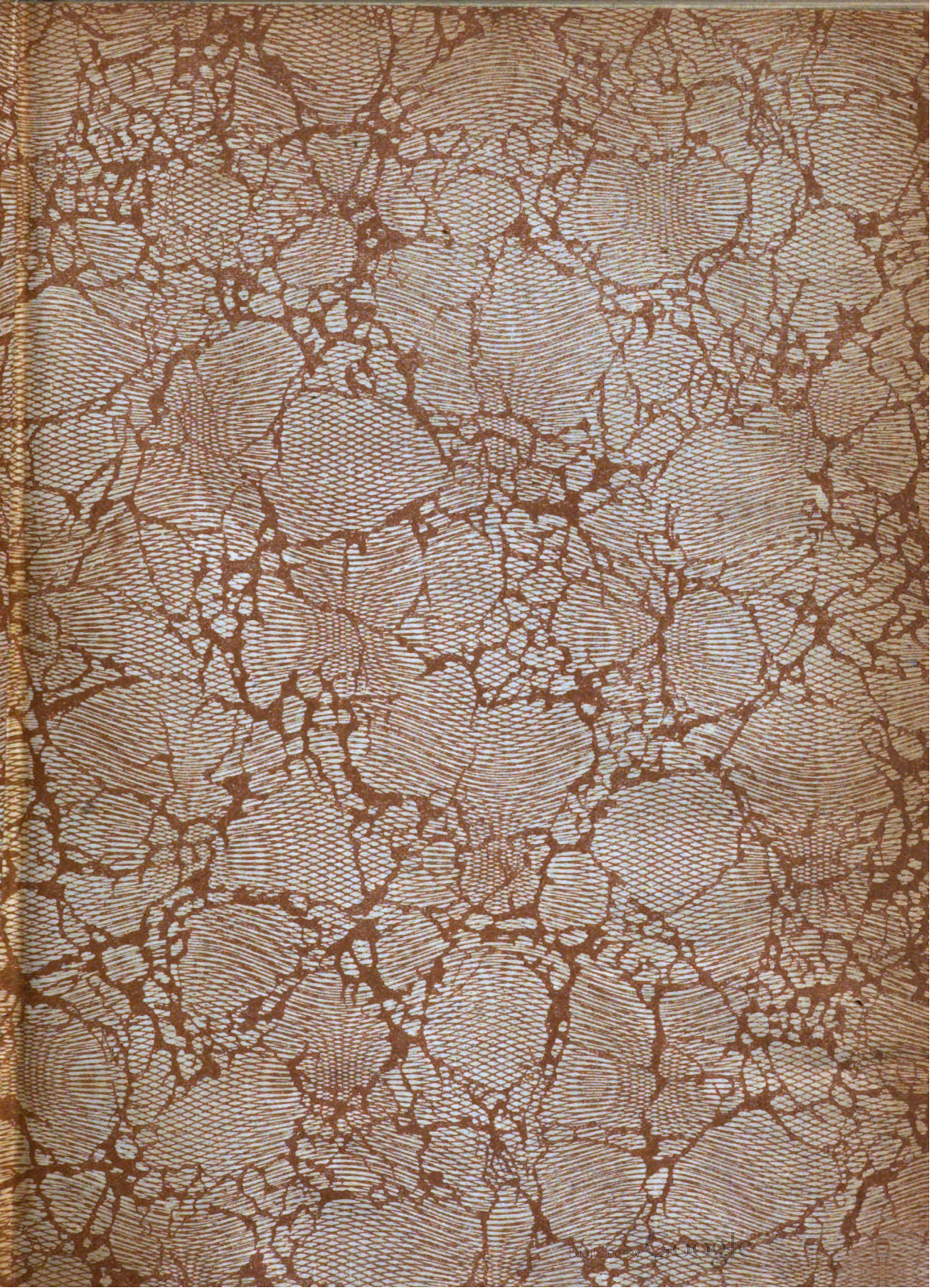
+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`


Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

11.394

N. 1 PERIODICO TRIMESTRALE 1917

CONTO CORRENTE COLLA POSTA

25
9

BOLLETTINO
DI
BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA
DI

GINO LORIA

ANNO XIX
1917

TORINO
ROSENBERG & SELLIER
Via Maria Vittoria, 18
1917

Pubblicato il 5 Aprile 1917.

Digitized by Google

Digitized by Google

BOLLETTINO
DI
BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA
DI

GINO LORIA

ANNO XIX
1917

TORINO
ROSENBERG & SELLIER
Via Maria Vittoria, 18
1917

Digitized by Google

Proprietà Letteraria

Pavia — Premiata Tipografia SUCCESSORI FRATELLI FUSI

Digitized by Google

INDICE

Lettere di M. Chasles a G. Giorgini, p. 1-8.

A. Favaro, Scritture Galileiane apocrife. 33-43.

J. H. Graf. La corréspondence entre Ludwig Schläfli et des mathématiciens italiens de son époque p. 9-14, 43-49, 65-73.

RECENSIONI ED ANNUNZI

Horsburgh, Napier Tercentenary Celebration, Handbook of the Exibition. — **Knott**, Napier Tercentenary, Memorial Volume. — **Hobson**, J. napier and the invention of logarithms, p. 14-19 (G. L.). — **Marcolongo**, Il problema dei tre corpi, p. 19-22 (G. L.). — **Ch. Bioche**, Historie des matematiques, p. 22-23 (G. L.). **Smith and Mikami**, A History of Japanese Mathematics, p. 23-24 (G. L.). — **Forsyth**, Functions of two complexes variables p. 24 27 (G. Vivanti). — **Bottasso**, Astatique, p. 27-30 (A. Palomby). — **Volferra**, Permutables Functions, p. 49 (E. E. Levi). — **Zoretti**, Mathématiques générales; Exercises, p. 50-51 (G. L.). — **Cipolla**, Analisi algebrica p. 51 — 56 (G. Scorza). — **Amaldi e Enriques**, Matematica ad uso dei Licei Moderni, Vol II, p. 56-63 (L. Galvani) — **Bouasse et Turrière**, Exercises et complements de mathématiques générales, p. 73-77 (E. Bompiani) — **Berliner**, Involutions-systeme in der Ebsne des Dreiecks, p. 77-81 (E. Bompiani). — **Voss und Timerding**, Die Kultur der Gegenwart, p. 82-86 (G. L.). — **D. E. Smith**, The teaching of Geometry (M. Destefanis) p. 86-88.

PUBBLICAZIONI RECENTI SULLA STORIA DELLA MATEMATICA

Favaro, Ginsburg, Bussey, Petronievics, Cajori, Millosevich, Viriglio, Smith, Zanotti-Bianco, Milhaud, Suter, Tweedie, Bigourdan, Vacca, Pereire de Silva. (88-94).

NOTIZIE

L. Couturat. Metamorfosi d'un antico periodico. Il II centenario della morte di Leibniz. Manuale di bibliografia musulmana. Intorno ai libri astronomici di P. d'Abano. p. 31-32.

I premi dell'Istituto di Francia, p. 64.

Tema d'astronomia proposto dall'Accademia di Danimarca. G. Darboux, P. Duhem. Esistette un matematico Zenofonte? « La science française ». p. 94-96.

Digitized by Google

ERRATA

P. 50,	linea	12,			si legga	Vademecum
» 52,	»	8,	invece di	due	»	»	dare
» »	»	14,	dal	basso,	»	»	Russel
» »	»	5,	»	»	»	»	Cauchy
» 54,	»	21,	»	»	»	»	Cauchy
» »	»	6,	»	»	»	»	Fourier
» »	»	5,	»	»	»	»	Cartesio
» »	»	4,	»	»	»	»	Tayloriana
» 64,	»	9,	»	»	»	»	Gateau

Digitized by Google

INDICE DEI NOMI

d'Abano 32.
Abel 26, 54, 55, 85.
Adler 48.
Affolter 48, 66.
Ahrens 92.
Albèri 40.
d'Alembert 20.
Amaldi 56-63.
Andoyer 18.
Appell 50, 96.
Aproino 37, 40, 41.
Archimede 93.
Aristotele 38.
Atwood 59.

Bacone 92, 93.
Bagnera 54.
Baillaud 96.
Bal Rouse 1.
Baudelli 28.
Barozzi 45.
Barrot 5.
Bauschinger 18.
Becker 48, 49.
Beltrami 10, 45, 46, 67, 70.
Berkeley 91.
Berliner 77-81.
Bernardini 4.
Bernardoni 46.
Beltrami 10.
Bertini 10.
Bertrand 1, 95.
Betti 21.
Bigoudan 93, 94.
Biot 19.
Blaserna 72.
Boccardi 64.
Bohlin 22.
Bompiani 77, 81.
Bonaventurl 38, 39, 41, 42.
Boncompagni 39.
Borchardt 44, 68.
Bordin 64.
Bottasso 27-30.
Bouasse 73-77.
Bresciani 39, 41.
Brioschi 44, 45, 46, 72.
Broch 28.
Brown 17.
Bruns 21.
Budan 54.
Bürgi 18.
Burali-Forti 27.
Burns 31.
Bussey 90.

Cajori 17. 32, 91.
Cantor G. 91.
Cantor M. 93.
Cardano 35.
Carnot 58.
Casorati 9, 10, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 65, 70.
Cassini 18.
Castelli 35, 89.
Catania 62.
Cauchy 26, 53, 54.
Cavalieri 85.
Caverni 33-43.
Chabrol 4.
Cayley 53.
Cavour 74.
Chasles A. 3, 4.
» H. 5.
» M. 1, 8, 95.
Chelini 67, 68, 72.
Child 32.
Cipolla 51-56.
Civelli 34.
Clairaut 20.

Digitized by Google

Clebsch 48.
Couturat 31.
Cremona Elena 73.
» Itala 69, 72.
» Luigi 43-49, 65-73
» Vittorio 69, 72, 73.

Dante 92.
Darboux 28, 30, 94, 95.
Darmoir 64.
Darwin 22.
Delambre 94.
Delaunay 22.
Descartes (Cartesio) 54, 92.
Destefanis 86.
Dirichlet (Lejeune) 44, 68.
Duhem 89, 92, 95, 96.

Enestrom 83.
Enriques 56-63.
Erlang 18,
Erone 87.
Euclide 7, 38, 86, 88, 91, 93.
Eulero 20.

Fabri 88.
Favaro 33, 39, 88, 89, 90.
Fechner 82.
Fermat 85.
Ferrari S. 32.
Ferrero 74.
Fontenelle 91.
Forsyth 24-27.
Fourier 54.
Frullani 5.
Fumagalli 91.

Gabrieli 32.
Galileo 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 85, 88, 89, 90.
Galvani 63.
Gambier 64.
Gateau 64.
Gazzaniga 63.
Giannetti 39.
Gibson 15, 18.
Giffords 18.
Ginsburg 90.
Giorgini Gaetano 1-8.
» G. B. 1.
» Sig.a 3.
G. L. *vedi* Loria.
Glaisher 17.
Gozzini 34.
Graf 9, 43, 65.
Grandi 39, 41, 42.
Grassmann 28.
Guiducci 88.
Gyldèn 22.

Hachette 5.
Hadamard 53, 54.
Hill 22
Hobson 19.
Hoepli 67.
Horsburgh 14.
de l'Hospital 53,
Hutchinson 18.

Jacobi 21, 44, 68.
Jourdain 32.

Kapteyn 94.
Keplero 89.
Knoblauch 77.
Knott 15, 18.
Kronecker 53.

Lagrange 20, 21, 53, 55, 85.
Lambert 21.
Lamè 72.
Leau 31.
Leibniz 31, 32.
Levi E. E. 49, 60.
Lindstedt 22.
Liouville 95.
Longomontano 18.
Loria 1, 16, 19, 22, 23, 24, 33, 34, 51, 86.
de Luca 8.

Digitized by Google

Maclaurin 54, 93.
Maggi 1.
Malpassat 4.
Marchetti 42.
Marcolongo 19-22, 27.
Martin A. 19.
Maurolico 90.
de' Medici, Principe Leopoldo 42.
Mengoli 18.
Mersenne 34, 88.
Mieli 33.
Mikami 23-24.
Milhaud 92.
Millosevich 91.
Millot 4, 5.
Minding 28, 29, 30.
Möbius 28, 30.
Moigno 28.
Montucla 93.
Moulton 17.
Mourad 18.

Napier (Nepero) 14-19, 58.
Neumann 48 66.
Newton 20, 31, 91.
Nunes 94.

d'Ocagne 16 18.

Pacioli Luca 18,
Painlevé 22.
Palomby 30.
Panzanini 38, 39, 41, 42.
Pascal B. 90.
Pasteur 94.
Peano 28.
Pereire 7.
Pereire de Silva 94.
Perozzi 73.
Petronievics 91.
Pitagora 86, 87.
Poincaré 22, 26.
Poncelet 64.
Prévost 73.

Rodrigues 7.
Roussol 4, 5.

Quetelet 2, 4, 5.
Quiqet 19.

Riemann 14.
Rolle 53.
Ruffini 55.
Russel 52.

Sant-Simon 7.
Sagredo 37, 38.
Salviati 36, 37, 38, 44.
Sampson 17.
Sang 15, 18.
Sarchi 7.
Schiff-Giorgini Matilde 1.
Schläfli 9-14, 43-49, 65-73.
Schooling 18.
Scorza 56.
Sebokht 90.
Secchi 94.
Segre 30.
Seki 23,
Sella 69.
Shoppards 19.
Siacci 28.
da Silva 28, 30.
Simplicio 38, 40.
Smith D. E. 17, 23-24, 86-88, 92.
» G. 17.
» G. W. 15.
Solmi 95, 96.
Somoff 28, 30.
Steggall 18.
Steiner 44, 68.
Sudmann 19, 22.
Suter 93.

Talete 86.
Tamizer de Larroque 89.
Tannery 95.
Tardy 45.

Digitized by Google

Taylor 54.
Teixerra 28.
Teubner 82.
Thabit b. Kurrah 93.
Timerding 82, 83.
de Tracy 4.
Torricelli 38. 42.
Turrière 73-77.
Tweedie 93.

Vacca 18, 33. 91, 93.
de la Vallée Poussin 64.
Valr 64.
Vandemonde 53.
Varchi 89.
de Vasconcellos 28.
Veronese 62, 91.
Viète 93, 94.
Vieusseux 4.
da Vinci 35, 89, 95, 96.
Viriglio 91.
Vivanti 27.
Viviani 35, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 89, 90.
Volterra 49, 85.
Voss 82-83, 84-86.

Wada Nei 24.
Weierstrass 22, 27.
Wohlwill 88.
Woodhouse 91.
Wright 18.

Zanotti-Bianco 59, 92.
Zenofonte 96.
Zermelo 54.
Zeuthen 94.
Zoretti 50-51.

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
ANNO XIX, Fasc. I: **Gennaio, Febbraio, Marzo** 1917

Lettere di M. Chasles a G. Giorgini

Tutti coloro che conoscono la biografia di M. Chasles (1) sanno i rapporti di fraterna amicizia che legavano il gran matematico francese a G. Giorgini, stretti mentre erano entrambi discepoli a l'Ecole polytéchnique. Potevasi credere che il tempo, la distanza e la diversità di vita avessero ben presto troncato siffatte relazioni. Ora le lettere seguenti (gentilmente offerte ai lettori del Bollettino dal ch.mo prof. G. A. Maggi, che le ebbe in dono dalla sig.ra Matilde Schiff-Giorgini, figlia di G. B. Giorgini epperò nipote del matematico) sta a provare che, invece, quegli amichevoli rapporti resistettero vittoriosamente contro le molteplici cause di distruzione.

I.

Paris, 6 Juillet. 1830.

Mon cher Giorgini, chaque jour je me reproche de tant tarder à t'écrire, voici vite mon excuse; j'attendais toujours que je pusse t'envoyer l'écrit sur les systémes de forces dont nous avons causé à Florence, et sur lesquels nous nous sommes rencontrés en tant de points. Tu m'avais engagé à te l'adresser, c'était mon intention, mais j'ai toujours été entrainé à faire autre chose. Cependant s'ai commencé ce travail par un 1.er écrit que je t'envoye; le suivant sera plus conforme a tes propres recherches, je vais m'en occuper sérieusement.

(1) J. BERTRAND, *Eloges académiques, Nouvelle Série* (Paris, 1902) p. 337-57. Cfr. anche G. LORIA, *Intorno alla vita e le opere di Gaetano Giorgini* (Giorn. di Matematiche, T. XXXI, 1893, p. 23-30) ed una lettera del Bertrand in W. W. Rouse Ball, *Breve compendio di storia delle matematiche*, T. II (Bologna, 1904) p. 294-5.

Digitized by Google

Je profite d'une occasion très heureuse pour t'adresser cette lettre et cinq imprimés de géométrie pure. C'est M. Quetelet, Directeur de l'Observatoire de Bruxelles, et l'un des savants les plus distingués parmi ceux d'Allemagne et de France, qui veut bien te les remettre. M. Quetelet qui a l'heureux privilège de cultiver avec un égal succés les mathématiques pures, la physique et l'astronomie, fait en outre un journal sous le titre de *Correspondance mathématiques et physique*. Il a la bonté d'insérer souvent des articles de moi dans cet excellent recueil, cette circonstance m'a engagé à continuer des études que j'ai reprises comme tu sais, il y a 2 ans pendant mon séjour à Nice. J'ai adopté, pour le moment une partie trés restreinte des mathématiques, la géometrie pure, c'est la plus negligée; je crois cependant qu'elle est suscetible d'extension et de progrès notables; je desirerais bien vivement voir à ce sujet réaliser mes idées. C'est sur toi que je compterais pour une si belle entreprise, si les plaisirs de ta belle capitale te laisseraient quelque jour de liberté. Tu fais grand tort à la science en la négligeant, car tu lui étais déstiné et elle avait à attendre de toi les plus grands perfectionnements. Mais j'arrête mon Sermon, car je sens que l'attrait de la vie heureuse que tu mènes à Florence sera plus puissant que tous les raisonnements que je pourrais faire en faveur de cette pauvre géométrie. Moi même qui lui veux tant de bien maintenant, je l'ai fort négligée; mais aussi je savais que je lui ferais très peu de tort. Il n'en est pas de même de toi; aussi j'espère toujours mon cher Giorgini que à quelques jours tu répareras le temps perdu, ce sera pour moi un grand bonheur de lire un nouvel ouvrage de toi. J'aurais désiré t'envoyer l'écrit sur les monvements infiniment petits d'un corps solide, qui avait paru te plaire en 1825, mais je t'avoue qu' il est encore dans l'etat où je te l'ai montré; je n'ai pu trouver l'occasion de le mettre en ordre. Seulement je me suis occupé d'appliquer à un mouvement fini quelconque d'un corps solide, ce que j'avais fait d'abord pour un mouvement infiniment petit. Entre autres résultats, je suis d'abord parvenu à celui-ci qui m'a paru intéressant: *On peut toujours transporter un corps solide d'une position dans une autre position quelconque déterminée, par le mouvement continu d'une vis à laquelle le corps est fixé;* je détermine tres aisément la position dans l'espace et les dimensions de la vis.

Digitized by Google

Je crois t'avoir aussi parté d'une construction geométrique générale pour les tangentes et les cercles osculateurs des courbes géométriques. Je ne l'ai point encore publieé, mais je vais décidément m'en occuper parce que quelques personnes m'y engagent. Eusuite je ferai un essai de Compléments de géométrie pure. Ce sera un recueil de quelques méthodes nouvelles de géométrie. J'aurais besoin pour faire cet ouvrage de repos et de plus d'isolement que je n'en trouve à Chartres et à Paris à plus forte raison, je te l'adresserai si je puis l'achever. Mais je t'enverrai sans doute auparavant, un mémoire sur deux principes généraux de l'étendue, qui font deux méthodes géométriques trés générales. Ce mémoire a obtenu derniérement un prix proposé par l'Académie de Bruxelles. Il sera imprimé aux frais de l'Académie. Un savant de Francfort, en fera, je crois, une traduction en allemand: je ne m'attendais pas, certainement, à tant d'honneur.

Quand je suis revenu de Rome à Florence tu étais a Lucques, j'aurai bien désiré y passer, mais je n'en ai pas été le maître, je revenais en poste avec un monsieur qui était trés pressé d'arriver a Gênes. Moi même, il me tardait de rejoindre Adolphe qui m'attendait à Nice pour aller à Turin, et de là à Genève oú nons avions rendez-vous avec maman; nons avons visité tous trois la Suisse, et sommes rentrés en France par Strasbourg.

Adolphe, qui, comme tu sais, était souffrant, et a pour cette raison quitté son étude, se porte beancoup mieux, il demeure à Chartres et n'a plus eu besoin depuis deux ans de retourner en Italie; il compte pourtant encore y aller. Si mon père avait voulu suivre notre conseil, nous y serions allés l'hiver dernier avec lui et maman, car il est toujours souffrant; mais quoiqu' il soit d'une vivacité extrême, il ne peut plus se resondre à quitter ses habitudes et sa maison, que tu ne reconnaîtrais plus car mon père, qui aime les constructions, l'agrandit de tous les côtés.

Adieu, mon che Giorgini, donne moi, je t'en prie, de tes nouvelles et ne me punis pas du retard que j'ai mis à t'écrire Rappelle moi au souvenir de Madame Giorgini et mets à ses pieds mes hommages respectueux. Je t'embrasse de tout mon coeur. Ton ami

CHASLES.

Digitized by Google

Quand tu vais à Lucques, je te prie bien de présenter mes hommages à Madame de Bernardini.

Millot, qui me demande souvent si j'ai de tes nouvelles, n'est pas à Paris dans ce moment; il a accompagne M. de Chabrol, le préfet del la Seine, dans le Puy de Dôme ou il était président d'un collège éléctorial.

J'ai vu Malpassat à mon retour à Gênes, mais je n'ai pas vû notre camarade le jesuite à Turin.

M. Chasles, ancien élève de l'Ecole Polytéchnique à Chartres.

II.

Mon cher Giorgini, s'esperais recevoir de tes nouvelles. J'ai prié M. Quetelet, Directeur de l'Observatoire de Bruxelles, qui est parti dans le courant de Juin pour l'Italie, de te remettre une lettre et cinq mémoires de géométrie. M. Quetelet m'avait promis de m'écrire, je n'ai point encore eu de ses nouvelles, mais je pense qu' il t'aura vu à Florence et se sera acquitté de sa commission.

Apres les événements, dont je ne t'entrentendrai pas parce que je sais qu'au riche cabinet littéraire de Vieusseux vous en savez presqu' autant que nous, il est bon de donner signe de vie à ses amis. Ainsi je profite avec empressement de l'obligeance de M. Jules Roussol, de Paris, pour te dire qu'aux jours mémorables de Juillet je me trouvais à Chartres. Le courage et le patriottisme das Chartrains étaient au comble, comme à Paris; mais les Parisiens on fait leur affaires si vite qu'ils ne nous fut point laissé le temps de les seconder. Adolphe a été nommé sur la demande de nos concitoyens, maire de la ville; et moi je suis capitaine des voltigeurs de notre garde nationale.

Nous formons comme anciens éléves de l'Ecole polytéchniques une association, dans le but de nous occuper des questions utiles sous tous les rapports. Nous réclamons la coopératoires de tous les anciens éléves, en France et à l'étranger. J'ai donné ton nom pour qu'on t'adresse la circulaire et le réglement. La cotuation annuelle est de 10 fr.; je les paierai pour toi, si tu veux faire partie de l'association. Nous aurons un journal qui contiendra les procés-verbaux de nos séances et les productions en tous genres des anciens éleves. Notre président, M. de Tracy, est un des hommes les plus honorables de l'époque.

Digitized by Google

On va réorganiser l'école, je désirerais y être professeur de géométrie descriptive. Si j'obtiens cette chaire je me livrerai entièrement à l'étude, particulierement à la géométrie que je crois suscetible d'une trés grande extension.

M. Roussol qui veut bien se charger de cette lettre, fait un voyage d'agrément en Italie. Si à Florence, ou il va pour la première fois, tu peux lui être utile, je t'en aurai beaucoup d'obligation. M. Roussol est aussi de la connaissance intime de M. Hachette notre ancien professeur.

Millot me charge de ses amitiés pour toi, il est toujours actif et laborieux. Il travaille bénévolement depuis le matin jusqu'au soir avec M. U. Barrot, le préfet de la Seine, qui est son ancien camarade et ami.

Adieu, mon cher Giorgni, je te prie de présenter mes hommages à Madame, et t'embrasse de tont mon coeur.

Ton ami tout dévoué

CHASLES.

P. S. Singulier hasard, je reçois à l'instant une lettre de M. Quetelet. Il me témoigne le regret ne t'avoir pas vu à son retour ; il a pris la route d'Ancone.

Il me dit de le rappeler à ton souvenir, et te prie de ne pas le priver de ce que tu lui ai promis pour sa Correspondance; adresse-moi cela si tu veux, je le lui ferai passer. Ce sera une bonne fortune pour les lecteurs de son journal. M. Frullani lui a promis aussi quelque chose.

III.

Mon cher Giorgini,

Je ne veux pas laisser mon jeune neveu Henri Chasles traverser Florence sans me rappeler à ton souvenir et sans réclamer ton indulgence. Car tu peux m'en vouloir de ne pas te donner signe de vie depuis trois ans ; j'avais espéré d'abord aller moi même te faire visite en me redant à Rome et à Naples où l'on m'attendait. Mais ma tante, compromise gravement par les Eaux de Bagnères de Luchon prises mal à propos et avec excès, a mis obstacle à tous nos projets, et a été depuis huit mois le seul objet de toutes mes préoccuactions. Je comptais aller au mois d'Août ou de Septembre dernier aux Eaux des Pyrénés orientales qui m'étaient prescrites et sur les quelles je fondais

Digitized by Google

mes espérances de soulagement, mais malheurensement il m'a été impossible de m'exposer aux incommodités du voyage; j'attends avec impatrence la nouvelle saison des Eaux; ensuite j'irais probablement passer l'hiver dans le midi de la France, ou, peut être, en Italie. Mes souffrances sont causées par une douleur rhumatismale ancienne qui, après avoir occupé pendant des longues années l'estomac, la gorge et la tête, s'est portée sur la vessie sous forme de névralgie que les douches violentes de Bagnères de Luchon ont enraciné et qui résiste à tous les plus habiles medécins et chirurgiens.

Mais pardon, mon cher Giorgini, de t'entretenir si longuement de ce triste sujet.

Je n'ai point été insensible à la perte que tu as faite de ton père; j'y ai pris d'autant plus de part qu'elle me rappelait la perte récente que nous avous faite, à peu d'intervalle, de notre excellente mère et de notre excellente père, que tu as connus er qui conservaient un souvenir agréable des quelques jours que tu as passés avec nous et de ton franc et aimable caractère.

Mon pére à 81 ans était comme le tien. plein de vie et d'activité d'esprit, aussi jeune pour ainsi dire que nous mêmes et nous espérions avoi le bonheur de le conserver encore de longues années. Notre séparation a été bien pénible. Mon frére et moi n'avons que le jeune neveu qui, je l'espére, aura l'honneur de te remettre cette lettre. Sa santé, qui a exigé beaucoup de soins, s'est bien affermie, et nous espérons que le voyage d'agrément qu' il fait en Italie cet hiver, contribuera ancore à la consolider. Son itinéraire coïncide avec celui d'une famille très respectable, et c'est pour lui, et pour nous un grand agrément et un sujet de sécurité. Il ne fera que traverser Rome, se rendant à Naples oú il restera quelque temps, puis il reviendra à Rome et visitera les villes principales de l'Italie.

Je serai bien heureux, mon cher Giorgini, qu' il me donne de bonnes nouvelles de ta santé, et qu' il me dise que tu me pardonnes mon long silence. Je te prie d'agréer l'espression bien sincere de sentiments de vieille et affectueuse amitié de

Ton bien dévoué

CHASLES.

Paris 2 Juin 1858.

Digitized by Google

IV.

Paris 15 octobre 1860,

Mon cher Giorgini,

Je profite d'une occasion pour me rappeler à ton souveir et t'offrir, avec quelques opuscules de géométrie moderne, un volume de Géométrie ancienne; c'est le rétablissement conjéctural d'un ouvrage perdu d'Euclide, les *Trois livres de Porismes.*

Ce sujet m'avait beaucoup intéressé il y a longtemps, quand je faisais mon *Aperçu historique.* Je l'ai repris l'année dernière, et ce n'est que tout récemment que le volume a enfin vu le jour.

C'est M. Sarchi de Paris, qui veut bien se charger de cet envoi. Madame Sarchi est la soeur d'un de nos anciens condisciples, Olinde Rodrigues qui, après avoir été d'abord externe au Lycée impérial où je l'ai connu particuliérement, est passé au Lycée Napoléon. Il avait beaucoup de disposition pour les Mathématiques, et il a obtenu, deux années de suite, le 1er accessit de Mathématiques speciales un Concours général; la seconde année est celle où tu as eu *le 1er Prix.* Rodrigues a laissé de côté la Mathématique et s'est acquis une certaine célébrité comme disciple immédiat de S. Simon et l'un des chefs, et des plus capable de l'Association des Saint Simoniens. Depuis ayant fait scission avec Enfantin (notre conscrit à l'école) il est rentré dans la carrière financière qui est celle de sa famille et dans laquelle, s'il n'eut succombé à une maladie, il serait arrivé sans doute à te faire un nom; car il avait beaucoup d'activité et de talent. Il lui aurait suffi, du reste de suivre, même de loin, les traces de son beau frere, M. Emile Pereire, l'un des hommes les plus capables et les plus considérés dans les grandes entreprises industrielles, comme dans les affaires de banque proprement dites.

Je me flattais toujours, mon cher Giorgini, de pouvoir aller te faire visite, dans un voyage à Rome et à Naples auquel je m'étais engagé. Mais depuis 4 ou 5 ans je souffre d'une maudite névralgie, causée par des douches trop violentes aux Eaux de Bagnères de Luchon; je ne puis m'en débarasser, malgré les secours et les conseils des plus habiles médecins, je vais tous les ans passer prés de deux mois aux Eaux de la Poste, au fond des Pyrénées orientales. Elles adoucissent les douleurs,

Digitized by Google

sans les faire desparaître. Cette année, pressé par le temps et desirant ne pas faire un aussi long voyage, j'ai été à Evian en Savoie, sur les bords du Lac de Génève ; les eaux m'ont moins convenu que celles des Pyrénées, où je compte retourner l'an prochain.

Je desire bien que toi, qui à une organisation intellectuelle rare joins une excellente santé, tu sois exempt toujours de ces infirmités assez communes à notre âge.

Mon jeune neveu, pour qui tu as eu des bontés à son passage à Florence, me recommanderait certainement de te presenter tes hommages, s'il savait que je t'écris. Il est dans ce moment à la campagne chez mon frére. Sa santé, qui a exigé beaucoup de soins dans sa jeunesse, se fortifia. Il est venu me rejoindre à Evian, avec mon frére dont la santé se soutient, sans être bien forte.

Tu es plus hexureux que moi qui ne me suis pas marié: tu as des fils trés distingués; notamment le professeur de l'université de Pise, dont M. de Luca, son collegue, professeur de chimie, m'a parlé avec beaucoup d'éloges ; je te prie d'en recevoir mes bien sincères compliments.

Adieu mon cher Giorgini, je te renouvelle l'expression de mes sentiments les plus affectceux et les plus dévoués et je t'embrasse bien cordialement.

Ton affectionné

CHASLES.

Digitized by Google

La correspondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son époque

par le

Dr. J. H. GRAF, *Professeur à l' Université de Berne*

(Cont. V. T. XVIII, p. 121)

N.° 50.

Sempione, 22 luglio 1889.

Venerato Amico

Essendo trascorsi più di 2 mesi dalla vostra lettera sulla curvatura, mi prendo la libertà di chiedervi qualche vostra notizia.

Alla suddetta vostra lettera io ho risposto alla fine di maggio. Forse la mia lettera era troppo lunga, fors' anche poco chiara. Ma la vostra indulgenza mi tranquilizza.

Il bisogno di frescura e di moto mi condusse fra le Alpi, come al solito. Nei primi d'agosto però andrò a stabilirmi con Bianca e suo marito a Baveno sul Verbano. Non potreste regalarci colà la vostra desideratissima compagnia?

Il vostro devot.mo F. Casorati.

Giungendo a Baveno, spero trovarvi vostre parole.

N.° 51.

Pavia, 22 febb. 1890.

Ottimo amico

Avrei risposto subito alla vostra carissima lettera del 27 gennaio, se non me ne avesse trattenuto il desiderio di darvi migliori notizie della mia salute. Ed infatti comincio a far senza dei medicamenti che dal settembre fino ad ora sono sembrati necessarî per combattere i tristi effetti che la malaria e specialmente la continua umidità del villino presso Baveno avevano prodotto su di me. Sono però tutt' ora condannato all' ozio; di-

Digitized by Google

cendomi i medici che il lavoro intellettuale è tuttora incompatibile colla mia debolezza.

Il villino era comodo, la vista sul lago bellissima; ed io vissi colà per tutto agosto così distratto da non prestare veruna attenzione al suolo umido ed all'aria umida e calda, ed alle conseguenze (insonnia, inappetenza) che si andavano accumulando contro la salute.

Meno male che fui io solo a soffrire in tutta la famiglia, e che voi non siete venuto a correre il pericolo di soffrire anche voi.

Mi è caro sperare che il reumatismo non ritorni a tormentarvi, od almeno non ritorni forte come prima. La vostra casa è ben asciutta?

Fra breve riceverò da Stoccolma le copie della traduzione francese della mia Nota su la curvatura delle superficie, e ve ne spedirò subito una, sperando che le riflessioni aggiunte in essa traduzione possano ottenere la vostra approvazione.

Ho fatto i vostri saluti ringraziamenti a Beltrami e Bertini, che stanno bene.

Aggradite i sentimenti dell'altissima stima e dell'affetto vivissimo, coi quali sono sempre

il vostro devotissimo

F. Casorati.

N.° 52.

Fragment d'un brouillon de lettre de Schlaefli a F. Casorati (sans date).

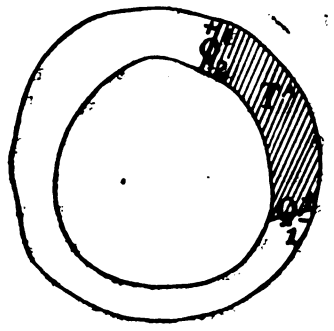
... will ich versuchen, Ihnen möglichst kurz die Ausdehnung meiner Beweismethode auf den Beweis der Existenz Abelscher Integrale mitzutheilen.

Zunächst will ich die Hauptsätze auf den Fall von mehrfach zusammenhängenden Bereichen *mit einer oder mehreren Randlinien* ausdehnen.

1.° Gesetzt, es sei bewiesen, dass für jeden eine oder mehrere Randlinien besitzenden $(n-1)$fach zusammenhängenden Bereich die Diffgl. $\Delta = 0$ in dem angegebenen Sinne beliebig vorgeschriebenen Grenzbedingungen gemäss integrirt werden kann — wie es in der That für einen einfach zusammenhän-

Digitized by Google

genden Bereich durch die in N.° 12 auseinandergesetzte Methode zugestandenermassen bewiesen ist — es soll derselbe Satz für einen nfach zusammenhängenden Bereich unter denselben Voraussetzungen bewiesen werden. — Man ziehe einen Querschnitt Q_1 welcher den nfach zusammenhängenden Bereich T in einen $(n-1)$ fach zusammenhängenden T' verwandelt. Die beiden Ufer Q_1^+ und Q_1^- treten zu den schon vorhandenen Begrenzungslinien hinzu. Man schneide nun durch einen ganz im Inneren von T' verlaufenden — wenigstens Q_1 nicht schneidenden — Trennungsschnitt Q_2 von dem einen der beiden Ufer, etwa Q_1^+, einen Streifen T^* von endlicher Breite ab, wie folgende schematische Figur erläutert. Es wird vorausgesetzt, dass Q_2 als eine Verschiebung von Q_1 aufgefasst werden kann, so dass T durch den Querschnitt Q_2 ebenfalls in einen $(n-1)$ fachen Bereich zerfällt, welcher mit T'' bezeichnet werden soll. — Für den Bereich T', der $(n-1)$ fach zusammenhängend ist, denke man sich $\Delta = 0$ so integrirt, dass die gesuchte Function längs Q_1^+ und längs Q_1^- den Werth $+1$, längs der Begrenzung von T dagegen den Werth 0 habe; das Maximum dieser Functions der Linie Q_2 sei mit g_1 bezeichnet, so ist jedenfals $g_1 < 1$. Ebenso werde g_2 bestimt für den Bereich T'', $g_2 < 1$. Von diesen beiden Grösen hängt die Convergenz ab. — Wenn es sich nun darum handelt, für den Bereich T eine Function u beliebigen Grenzbedingungen gemäss zu integriren, so bestimme man zunächst für den Bereich T eine Function u_1, welche längs Q_1^+ und Q_1^- zu beiden Seiten von Q_1 denselben Werth hat, aber läng Q_1 wilkürlich angenommen werden kann, z. B. $= 0$, welche aber längs des Randes die vorgeschrieben Werthe hat. Man bestimme nun für den Bereich T' eine Function u_2, die längs Q_2^+ und Q_2^- und auch längs der Begrenzung von T mit u_1 übereinstimmt. Dieses ist möglich, da T' ein $(n-1)$ - fach zusammenhängender Bereich ist, für den diese Aufgabe also nach Voraussetzung lösbar ist. Nun bestimme man u_3 für T'' übereinstimmend mit u_2 längs Q_1^+ und Q_1^- sowie längs der Begrenzung von T; u_4 für T'' übereistimend längs Q_2^+ und der Begrenzung von T mit u_3 und so weiter.



Digitized by Google

Genau genommen ist dieser Beweis schon in N°. 12 enthalten, ich wiederhole ihn nur um den gleich folgenden Satz bequemer beweisen zu können. Also gilt der Satz für einen $n$fach zusammenhangenden Bereich, wenn er für einen $(n-1)$ fachen bewiesen ist; da derselbe für jeden einfachen Bereich, dessen Begrenzungslinie gewissen Bedingungen (aus analytischen Stücken zu bestehen) genügt, so gilt der Satz allgemein.

2° Wenn der $n$fach zusammenhängende Bereich T mindestens eine Begrenzungslinie hat, und sind Q', Q'', ..., $Q^{(n-1)}$ die $(n-1)$ Querschnitte, durch welche, in Verbindung mi Hülflinien, welche keine wesentliche Rolle spielen, T in einen einfach zusammenhängenden Bereich S zerfällt, so kann man für den Bereich T die Diffgl. so integriren, dass u am Rande von T beliebig vorgeschriebene Werthe und an den Querschnitten Q beliebige Periodicitätsmoduln K', K'', ... $K^{(n+1)}$ besitzt — vorausgesetzt wird aber hierbei, dass die Querschnitte auf gewisse einfache Art gezogen sind, so dass z. B. die beiden Endpunkte eines Querschnitts entweder beide auf dem Rande von T liegen, oder zusammenfallen.

Dieser Satz wird durch Decomposition bewiesen. Man setze $u = U_0 + K' U_1 + K'' U_2 + \ldots + K^{(n-1)} U_{(n-1)}$, wo U_0 den Randbedingungen genugt, U_1 am Rande überall gleich Null und *nur* am Querschnitte Q' unstetig, ist, und zwar mit dem Periodicitätsmodul $+1$ und so weiter. Es seien Q_1 und Q_2 zwei Lagen des Querschnitts Q', welche keinen Punkt mit einander gemeinsam haben; die Bezeichnung sei so wie bei dem Beweise des ersten Satzes. Man bestimme für den Bereich T'' eine Function u_1, gleich Null am Rande von T, gleich Null längs Q^-, gleich $+1$ längs Q_1^+. Man bestimme für den Bereich T'' eine function u_2, gleich Null am Rande von T, gleich $u_1 - 1$ längs Q_2^+, gleich u_1 längs Q_2^+, hierauf für den Bereich T' eine Function u_3 gleich Null am Rande von T, gleich u_2 längs Q_1^-, gleich $u_2 + 1$ längs Q_1^+, und so weiter, analog wie in N° 16.

Bei der vorstehenden Vorschrift ist stillschweigend angenommen, dass Q_1 und Q_2 die einzigen Begrenzungzlinien von T^* sind. Ist diese Annahme hingegen nicht erfüllt, wie z. B. in dem schematischen Beispiele, so bedarf die angegebene Vorschrift einer kleinen Modification: es muss u_2, nicht bloss längs Q_2^-, sondern überhaupt längs des mit dem Rande von T'' übereinstimenden Theiles der Begrenzung von T^*, gleich $u_1 - 1$, andererseits muss u_3 längs des mit dem Rande von T' übereinstimenden Theiles der Begrenzung von T^*, gleich $u_2 + 1$, sonst aber überall gleich Null sein.

Digitized by Google

stimenden Theiles der Begrenzung von T^* gleich $u_2 + 1$ gewählt werden. Diese Modification ist aus dem Grunde erforderlich, damit nahher geschlossen werden kann, es ist am ganzen Rande von T^* $u' - u'' = +1$, also anch im Inneren von T^*; weil aber im Bereiche $T - T^*$ längs des ganzen Randes $u' = u''$, so stimmen u' und u'' anch im Innern überein, so sind u' und u'' zwei Zweige derselben Function U_1, der eine über Q_2 der andere über Q_1 hinweg in den Bereich T^* analytisch fortgesetzt, wo dieselben die constante Differenz $+1$ haben; das heisst also, die Function U_1 besitzt am Querschnitte Q' und *nur* an diesem den Periodicitätsmodul $+1$.

3°. Bei diesen Beweisen war es wesentlich, dass Randcurven vorhanden waren, damit die Linien Q als innere Linien behandelt werden konnten. Wenn nun an die Stelle der Bereiche und Radcurven geschlossene Bereiche treten, so muss anch das Princip des Convergenzbeweises ein ganz anderes sein. Dieses Princip ist dasselbe wie das in N° 17 zur Anwendung gelangende (Abhandlung in Borchardt Journal §. 6 und Anmerkung dazu). Man construire in dem geschlossenen Bereiche T — der als eben angenomen werde — eine Kreislinie L_2, welche ein von singulären Stellen (Windungspunkten) freies Stück eines Blattes von T begrenzt; dieser Gebietstheil werde mit T_2 bezeichnet; hierauf costruire man in demselben Blatte zu L_2 eine kleinere concentriche Kreislinie L_1; derjenige Gebietstheil von T, welcher ansserhalb L_1 liegt in dem Blatte in welchem L_1 liegt, und alle übrigen Blätter mögen zusammen mit T_1 bezeichnet werden; so ist auf den Bereich T_1 der Satz 2° anwendbar; man denke sich nun eine solche Function u hergestellt, welche die verlagten Periodicitätsmodulu hat und setze diese Function an die Stelle der Function $\frac{1}{r}\cos\gamma$ in N°. 17; dann gilt die Schlssweise ganz ungeändert, da, wie eine Specialuntersuchung zeigt, anch für diese Function der Satz gilt $\int_0^{2\pi} U(r_2, \varphi)\, d\varphi = \int_0^{2\pi} U(r_1, \varphi)\, d\varphi$ (pag. 192). Hiermit ist die Existenz der *Abelschen Integrale erster Art* dargethan.

4°. Um die Abelschen Integrale *zweiter* Art zu erhalten, modellire man nach Anleitung von N° 17 entweder um ein Abelscher Integral erster Art, beziehungsweise dessen reellen Theil, die Unstetigkeit $R\,\varphi\,(z\,;\,z_0)$ an, wo aber *kein* logarithmisches Glied in $\varphi\,(z\,;\,z_0)$ enthalten sein darf, oder man bilde direct

Digitized by Google

eine Function mit den Periodicitätsmodulu Null und der Unstetigkeit R φ $(z\,;\,z_0)$, welche un die Stelle von $\frac{1}{r}\cos\varphi$ in N°. 17 tritt, anch in diesem Falle gilt, wegen des Fehlens des logarithmischen Gliedes,der Satz $\int_0^{2\pi} U\,(r_2,\,\varphi)\,d\varphi = \int_0^{2\pi} U\,(r_1,\,\varphi)\,d\varphi$.

5°. Ein etwas modificirtes Beweisverfahren erfordern die Integrale *dritter* Art. Der allgemeine Fall lässt sich hier durch Superposition auf den speciellen zurückführen, dass für $z = z_1$, die Function unendlich wird wie $R\,[(A + Bi)\,\log\,(z - z_1,)]$ und für $z = z_2$ wie $-\,R\,[(A + Bi)\log(z - z_2)]$ wobei der Punkt z_2 dem Punkte z_1 beliebig nahe gebracht, werden kann. Man wähe $z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$ als Mittelpunkt der beiden Kreise L_1 und L_2, welche beide z_1 un z_2 in ihrem Innern enthalten und als die die Unstetigkeit definirende Function den reellen Theil von $(A + Bi)\,\log\frac{z - z_1}{z - z_2}$, wobei, wenn B von Null verschieden ist, die Gerade $z_1 \ldots . z_2$ als Verzweigungsschnitt gewählt werden mag. Dann ist das in N°. 17 angegebene Verfahren anch auf diesen Fall anwendbar, da für die erwähnte Unstetigkeitsfundion $\int_0^{2\pi} U.\,d\,\varphi = \int_0^{2\pi} U.\,d\,\varphi$. Es ist übrigen nicht nöthig dass der Mittelpunkl jener Kreise mit dem Mittelpunkt der Strecke $z_1 \ldots . z_2$ zusammenfalle.

6°. Die Methode, welche in 1 — 5 dieser Mittheilung auseieinangesetzt ist, lässt eine beinahe unveränderte Anwendung auf den Beweis der Behauptung zu, welche Riemann auf pag. 35 des Separatabdruckes (pag 135 im Journal) (Teorie der A. F.) ansgesprochen hat, und welche Riemann zu dem Beweise benutzt, dass die Anzahl der Klassenmoduln gleich $3p - 3$ sei.

Centenario Neperiano.

Napier Tercentenary Celebration. Handbook of the Exhibition of Napier Relics and of Books, Instruments & Devices for Facilitating Calculation, edited by E. M. Horsburgh. Published by the R. Society of Edimburgh. 1914. 8° p. VII-353

Compiendonsi nel 1914 tre secoli dalla pubblicazione della grande opera *Mirifici logaritmorum Descriptio* la R. Società di Edimburgo pensò di chiamare ad una solennità commemorativa

Digitized by Google

tutti coloro in grado di apprezzare la somma importanza teorica e pratica dell'invenzione di Nepero; e poichè all'appello risposero numerosi scienziati di ogni lingua, così il convegno, avvenuto poche ore prima che scoppiasse l'immane guerra che troncò d'improvviso i tradizionali cordiali rapporti scientifici internazionali, verrà ricordato come ultimo anello di una catena che, probabilmente, rimarrà per lungo tempo spezzata. Considerando che le benemerenze di Nepero consistono tutte in facilitazioni da lui apportate all'esecuzione dei calcoli, sia col concepire e costruire una tavola di logaritmi, sia coll'immaginare un certo sistema di bastoncini, forma primordiale delle posteriori macchine calcolatrici, la Società di Edinburgo organizzò in quell'occasione un'esposizione di tutti gli ausiliari per i calcoli di ogni specie, che furono proposti in questi ultimi tre secoli.

Il primo volume che annunziamo è un Catalogo illustrato di tale esposizione; ma un Catalogo concepito con intendimenti così elevati e contenente tante notizie preziose, che una rivista come la nostra non può esonerarsi dal farne un'analisi un po' minuta.

Il bel volume cui ci occupiamo si apre (Sezione A) con una biografia di Nepero, scritta da G. A. Gibson, ove si trovano interessanti particolari intorno alla sua vita ed alla sua opera scientifica. Segue (Sez. B) la Guida di un'esposizione di relique neperiane e di altri antichi apparati matematici, strumenti ecc.

La Sezione C del Catalogo è dedicata totalmente alle Tavole matematiche; oltre un catalogo dei libri di Nepero e di altri relativi ai logaritmi posti in mostra nella detta esposizione, vi si legge un'ampia notizia sopra alcune tavole compilate dal defunto prof. E. Sang, le quali si trovano tuttora manoscritte ad Edimburgo. Più ampia utilità ed esteso interesse presenta un elenco delle migliori tavole matematiche, distribuite per soggetti, compilata da H. Boll e J. R. Milne. Seguono alcune note sopra i calcolatori eccezionali dovute a W. G. Smith.

La Sezione D è tutta consacrata alle più recenti macchine calcolatrici; essa contiene tanti particolari tecnici al riguardo che dovrà venire consultata a tutti coloro che debbono scegliere fra i vari tipi oggi in uso.

La sezione seguente (E) è dedicata all'abaco, come venne immaginato nell'Estremo Oriente e di là diffuso in Europa ed in America; il relativo articolo è opera di un ex professore dell'Università di Tokyo, Cargill G. Knott,

Digitized by Google

Dalla Sezione F si apprendono i vari tipi di regoli calcolatori e dalla seguente gli integrafi, planimetri, pantografi, risolutori automatici delle equazioni ed altri apparati che servono a effettuare altre elevate operazioni matematiche. Di tale sezione forma una naturale proseguimento la Sezione G, ove furono raccolte modelli di vari tipi di carta millimetrata e parecchi modelli di nomogrammi secondo il d'Ocagne.

Le rimanenti sezioni costituiscono quasi un'appendice alla parte essenziale dell'esposizione; chè si riferiscono a modelli utili nell'insegnamento della geometria (non esclusi gli anaglifi), a ritratti di matematici o medaglie commemorative, o ad altri svariati soggetti che non furono precedentemente considerati. Un grande numero di figure sparse per tutta l'opera agevolano il concepire la struttura ed il funzionamento delle macchine descritte, alcune delle quali sono molto complicate.

Emerge da tutto ciò che l'opera analizzata costituisce un prezioso complemento al noto Catalogo della congenere esposizione tenuta a Monaco di Baviera vent'anni prima; ma, anche da sè, oggi che l'impiego degli ausiliari automatici va ognor più diffondendosi, costituisce un'eccellente opera di consultazione a cui molti e spesso dovranno ricorrere. Perciò, con tale pubblicazione, la Società di Edimburgo ha offerto il più significante degli omaggi al grande scienziato che tanto e così efficacemente si è adoperato per alleviare le fatiche dei calcolatori.

G. L.

Napier Tercentenary. Memorial Volume edited by C. G. Knott. London, Longmanns, Greenn & Co., 1915. 8°. gr. p. IX-441.

La benemerita Società Reale di Edinburgo non ritenne di avere, con la pubblicazione precedentemente analizzata, assolto il compito di onorare degnamente la memoria del più grande dei matematici che abbia prodotto la Scozia, ma volle aggiungere un'altra splendida pubblicazione ove fossero serbata notizia dei lavori compiuti nel corso della riunione matematica da essa indetta nel Luglio del 1914. Ebbe così vita il volume di cui riferimmo più sopra il titolo e di cui ci corre l'obligo di dare ai nostri lettori informazioni sia pur rapide.

Non ci arresteremo naturalmente sulle pagine in cui si trovano i verbali delle sedute di tale riunione ed un semplice cenno

Digitized by Google

faremo della illustrazione, fatta da R. A. Sampson, della esposizione delle più antiche pubblicazioni relative ai logaritmi, solo notando che è fatta con una cura ed una diligenza che rivela l'opera di un bibliografo consumato e che è accompagnata da interessantissime riproduzioni in fotolitografia dei frontispizi e di alcune pagine delle più cospicue fra quelle pubblicazioni.

Il volume in esame si apre col Discorso inaugurale della riunione, tenuto non da un matematico di professione, ma da uno dei sommi magistrati inglesi, Lord Moulton, " Lord Justice of Appeal „. Ora non si tratta di una delle solite orazioni di occasione, ove le notizie bio-bibliografiche sono alternate a frasi di elogio, ma di un'investigazione geniale e profonda intorno alla genesi ed allo sviluppo dell'idea di logaritmo in Nepero, fatta in base ad un'analisi acuta e profonda delle sue pubblicazioni. Originale è l'osservazione fatta che il grande matematico pensava costantemente, non a logaritmi di numeri astratti, ma a logaritmi di seni; da ciò egli fu indotto all'idea di trasformare un prodotto in una somma, non già ricorrendo alla formula

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2,$$

ma sibbene all'altra

$$\text{sen } x \text{ sen } y = \frac{1}{2}\left[\cos(x-y) - \cos(x+y)\right]$$

Si trovano poi nello stesso volume due scritti di natura biografica relativi, naturalmente, a Nepero. Uno è dovuto a P. Hume Brown, professore di storia antica all'Università di Edimburgo, ed insegna buon numero di particolari ignorati sopra la vita privata e la vita pubblica del sommo scienziato; l'altro è lavoro di G. Smith ed illustra (non senza bellissime vignette) ciò che fu e ciò che è il castello in cui egli passò la vita.

Incontriamo poi buon numero di scritti sopra temi storici collegati alla teoria dei logaritmi. Primo fra essi è di J. W. Glaisher: ivi è esaltato il valore logaritmi nei calcoli numerici e sono date notizie intorno a varie tavole di logaritmi, tratte da una bibliografia sull'argomento, compilata dall'autore e tuttora inedita. Segue D. E. Smith con un documentatissimo articolo intorno alle origini della relazione $a^m\ a^n = a^{m+n}$, notoriamente fondamentale nella teoria dei logaritmi. In seguito F. Cajori esamina a

Digitized by Google

fondo i diritti all'invenzione dei logaritmi accampati dall' inglese Wright, dal danese Longomontano e dallo svizzero Bürgi, concludendo che hanno serietà soltanto quelli dell'ultimo, benchè si tratti soltanto di una coincidenza affatto fortuita. Le differenze esistenti fra logaritmi neperiani e logaritmi decimali sono descritte a fondo ed illustrate mediante considerazioni storiche da G. A. Gibson. Un tenente di vascello dell'armata turca, Salih Mourad, dà notizie intorno all'introduzione dei logaritmi in Turchia, la quale è dovuta alla versione delle Tavole compilate da D. Cassini; la versione risale al 1765 e fu eseguita da un matematico di cui il Mourad espone i meriti scientifici. Maggiore importanza presenta una nota di J. E. A. Steggall, che dà particolareggiate notizie intorno ad uno scritto di Nepero intitolato "De arte logistica„ del quale non fa cenno alcuno storico della matematica; trovato fra le carte lasciate da grande scienziato, venne trascritta dal figlio e nel 1839 pubblicato da un Club inglese, ad uso dei propri membri, in un numero limitatissimo di esemplari, onde praticamente può dirsi inedito; dall'analisi fattane dalle Steggall risulta, non soltanto l'interesse costante e vivissimo di Nepero per ogni sorta di calcoli numerici, ma anche (ciò che è ben più importante) che a lui spetta un posto nella storia dei numeri immaginari. G. Vacca s'intrattiene poi sopra alcuni lavori di Luca Pacioli e Mengoli, per lumeggiare la teoria dei logaritmi all'infuori della cerchia neperiana.

Gli articoli che seguono si riferiscono tutti a ricerche scientifiche fatte dopo Nepero ed aventi attinenza con i logaritmi e con calcoli numerici di varia specie. Così l'Andoyer dà notizia delle tavole da lui in parte pubblicate, in parte eseguite ed in parte progettate, il che porge a Knott l'occasione per dare notizie intorno alle tavole del Sang (cfr. p. 15) che si trovano in ms. a Edimburgo e che si pensa di pubblicare, servendosi di una riproduzione mediante la fotografia. Dei calcoli numerici relativi alle serie trigonometriche si occupa Bauschinger; del calcolo grafico il d'Ocagne; di una tavola con otto decimali dei valori dei seni degli archi di secondo in secondo la sig.ª Giffords; certe modificazioni da apportarsi alla consueta disposizione delle tavole numeriche sono suggerite dallo Steggall; alcune applicazioni della monografia alla cristallografia sono esposti in una nota dell'Hutchinson; degli artifici per semplificare il calcolo dei logaritmi sono suggeriti dallo Schooling; altri per rendere minimo

Digitized by Google

l'error medio delle tavole dall'Erlang; finalmente un artificio per determinare, senza ricorrere alle tavole, il numero corrispondente ad un dato logaritmo è esposto da Artemas Martin. Da ultimo vanno ricordati gli articoli di Shopparde e di Quiquet sopra calcoli numerici concernenti le probabilità.

Il numero e la varietà di tali contributi, il numero e l'autorità dei loro autori stanno a provare quanto generale sia l'ammirazione per Nepero e come da ogni parte del mondo si sia risposto con entusiasmo all'appello rivolto dalla sua patria onde tributargli onori significanti. Il volume ora analizzato provvede nel modo migliore a che di tale universale consenso sia conservata memoria perenne.

G. L.

E. W. Hobson, *John Napier and the Invention of Logarithms, 1914. A Lecture.* 8..° picc. p. 48. Cambridge, University Press (Prezzo del vol. leg. 1sh. 6d.).

In questa breve e succosa lettura viene narrata brevemente la vita di Nepero ed è analizzato il contenuto delle due opere (la " Descriptio „ e la " Constructio „) che compendiano le sue indagini sopra i logaritmi; di tali opere sono anche dati alcuni estratti assai espressivi e fatta rilevare la fortuna che ebbero non appena pubblicate ed in seguito. Siccome la relazione esistente fra i logaritmi calcolati da Nepere e quelli a base e ha dato spesso luogo ad equivoci, notiamo con l'Hobson (anzi, volendo risalire alla fonte più antica, si dovrebbe dire con J. B. Biot) che il logaritmo veramente neperiano di un numero x è espresso mediante il logaritmo a base e dello stesso nella maniera seguente:

$$10^7 \log_e 10^7 - 10^7 \log_e x$$

G. L.

Storia.

R. Marcolongo, *Il problema dei tre corpi da Newton (1686) ai nostri giorni.* Memorie della R. Acc. delle Scienze di Napoli. Ser. II, Vol XVI, 1915.

Lavori recenti di grande importanza di un giovane matematico, il Sundman, hanno posto ancora una volta di moda il problema dei tre corpi; il prof. Marcolongo, a cui tali lavori ispi-

Digitized by Google

rano già una dotta conferenza tenuta al Seminario matematico dell'Università di Napoli, ha pensato fosse utile gettare uno sguardo d'insieme agli scritti concernenti quello che è realmente il problema fondamentale di tutta l'astronomia. Così ebbe origine la memoria che segnalino ai nostri lettori anzitutto come prova che l'Italia vuole e sa contribuire alla collezione di rapporti sopra speciali questioni matematiche che, grazie a volonterosi studiosi stranieri, si va (i nostri fedeli lettori lo sanno) lentamente formando, in secondo luogo per osservare come l'allargarsi continuo del campo della ricerca matematica faccia, almeno per qualche tempo, esulare la speranza di lavori generali sulla storia di essa e consigli piuttosto a limitarsi ad esposizioni di capitoli isolati della stessa, a scrivere i quali sono chiamati scienziati di varia specialità.

Il compito che si propose il dotto professore dell'Università di Napoli è vasto e complesso; benchè egli siasi limitato al problema classico dei tre corpi, escludendo casi particolari e ricerche per così dire laterali, ha dovuto prendere in esame un migliaio fra i libri e memorie; basti ciò a dimostrare quanto meritoria sia la fatica da lui durata!

Le origini della questione enunciata si trovano nei *Principia* di Newton (1); ivi anzi si delineano le due grandi strade che percorreranno i successori del sommo inglese: studio generale e diretto del problema; ricerca di soluzioni approssimate, rapide nella deduzione e capaci di condurre a predizioni sicure intorno ai fenomeni futuri. A coloro che nel secolo XVIII si provarono a seguire Newton è dedicato il I Cap. del lavoro in esame, nel quale passano dinnanzi ai nostri occhi successivamente Clairaut, d'Alembert, Eulero e Lagrange; si apprende così, fra l'altro, che Eulero scoperse la prima e più semplice soluzione periodica del problema di cui si tratta, mentre Lagrange fece compiere un passo straordinariamente importante alla soluzione di esso, col ridurne la risoluzione ad un sistema differenziale, in sostanza, del sesto ordine e scoprendone una seconda soluzione periodica.

(1) L'autore assegna più volte il 1686 come anno di pubblicalicazione dei *Principia*; invece quest'opera, fu bensì presentata in tale anno alla Società Reale di Londra, ma uscì per le stampe soltanto nell'estate del seguente anno, onde ci sembra dovessi datarne dal 1687 l'inizio della sua influenza sugli scienziati e sulla scienza.

Digitized by Google

Nell'esporre questi risultati che onorano tanto il secolo XVIII l'a. non manca di far cenno degli sviluppi e dei complementi che ricevettero dai matematici posteriori.

Secondo lui le più importanti indagini dedicate alla questione che lo occupa a partire dal 1842 (anno in cui entra in scena Jacobi) si possono ripartire come segue: I. Riduzione al sesto ordine delle equazioni differenziali del problema. II. Estensione al caso di n corpi ed esame di alcuni casi particolari. III. Dimostrazione dell'impossibilità dell'esistenza di integrali algebrici. IV. Metodi d'integrazione per serie. V. Esame approfondito del problema ristretto e delle soluzioni periodiche su cui riposano i metodi più recenti della meccanica celeste. E questi sono appunto i temi trattati negli altri cinque Cap. di tutta l'opera, sui quali, per scarsità di spazio, ci è forza dare soltanto qualche informazione isolata.

Riguardo al II. Cap., seguendo il nostro autore, possiamo compendiarne il contenuto dicendo che, mostrata implicitamente da Lagrange la possibilità di ridurre al sesto ordine il sistema di equazioni differenziali col problema dei tre corpi, i matematici a partire da Jacobi hanno effettuato con metodi svariati tale riduzione, la quale (importa notarlo) non si può spingere più oltre servendosi d'integrali già conosciuti.

Nel caso in cui, invece di tre si considerino n corpi, il sistema è riducibile all'ordine 6 $(n-2)$, come mostrò il Betti; altre ricerche congeneri, nonchè la generalizzazione del problema a spazi comunque estesi si troveranno nel Cap. III del lavoro in questione.

Lambert, uomo in cui l'intuito era veramente sorprendente, ha per primo, sino dal 1767, posta la questione se i dieci integrali del problema dei tre corpi che risultano dall'applicazione del principio del centro di massa, dal principio delle aree e da quello della conservazione dell'energia siano gli unici integrali algebrici della questione; ora la verità da lui forse intravveduta che realmente non ve ne sono altri, venne stabilita rigorosamente nel 1877 dal Bruns, in una memoria che fu punto di partenza di molte notevoli ricerche, che l'a. analizza nel suo VII Cap. e che rendono infinitamente poco probabile la possibilità di una soluzione diretta in termini finiti del problema dei tre corpi.

Mentre tali discussioni hanno valore cospicuo, ma esclusivamente dottrinale, interessa grandemente la pratica la risoluzione

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

per serie del problema dei tre corpi a cui è consacrato il Cap. successivo. Abbandonati i metodi della meccanica classica, Lindtsted, Gyldén e Bohlin escogitarono nuovi metodi per la risoluzione approssimata del problema dei tre corpi, nelle ipotesi che si presentano effettivamente in natura, col mezzo di serie trigonometriche di argomenti che sono funzioni lineari del tempo; tali serie — lo ha dimostrato Poincaré — sono divergenti; ciò non ostante prestano servigi preziosi nella meccanica celeste; d'altronde lo studio della rappresentazione degli elementi del moto mediante serie ordinate secondo le potenze intere d'una variabile, cominciato da Weierstrass e Painlevé, fu condotto a termine dal Sundman; ora se alla frase " risolvere il problema dei tre corpi „ si attribuisce il senso di " rappresentare analiticamente gli elementi dell'anzidetta specie „, si può dire che il Sundman abbia risoluto il problema dei tre corpi, anzi con metodi d'insperata semplicità.

L'ultimo Cap. della memoria del prof. Marcolongo è il più lungo e variato di tutti; la sua importanza emerge dalla semplice osservazione che i lavori fondamentali ivi esaminati portano le firme di Delaunay, Hill, Poincaré e Darwin e che le ricerche ivi esposte, ulteriormente sviluppate da altri, gettarono grande luce sopra le orbite planetarie periodiche e sulla stabilità di certi movimenti celesti. Ivi considerazioni astronomiche si alternano con applicazioni dei più raffinati metodi analitici per gettare qualche sprazzo di luce intorno alla geometria ed alla meccanica degli spazi planetari; se anche tutte le domande che si affollano alla mente dell'investigatore indiscreto non trovarono così adeguata risposta, i risultati raggiunti sono sufficienti a dimostrare che gli scienziati contemporanei seppero degnamente continuare l'opera concorde dei due secoli precedenti. Coloro che aspirano a proseguire in questo glorioso cammino, se non vogliono condannarsi a ritrovare cose già note o a perdere tempo nel superare difficoltà ormai sormontate, troveranno una guida sicura nella esauriente memoria del prof. Marcolongo.

G. L.

Ch. Bioche, *Histoire des Mathématiques*. 12.° p. VI + 92. Paris, Berlin [senza data; la prefazione si schiude con le parole: 24 Gennaio 1914],

Esporre in 72 paginette tutta la storia delle matematiche pure e dell'astronomia è un vero *tour de force!* Lo scopo pro-

Digitized by Google

postosi dall'a. — quello di porgere, agli studenti secondari, un'idea dell'evoluzione del pensiero matematico — è tanto lodevole ed il suo lavoro, del punto di vista storico, così modesto che una critica in forma ci sembra del tutto fuor di posto: un semplice annuncio è sufficiente. Ma poichè è da presumere ed augurare che il libro del Bioche sia per avere molte edizioni, così ci permettiamo consigliar all'autore di sottoporlo, prima di ristamparlo, ad un'accurata revisione, paragonandolo a recenti pubblicazioni sull'argomento. Così egli si persuaderá di dedicare qualche pagina all'aritmetica dei Greci e togliere Diofanto dalla cattiva compagnia in cui egli l'ha posto; di aggiungere la trisezione dell'angolo ai problemi che servirono di lievito alla primitiva ricerca geometrica; di togliere a Descartes per attribuire a Fermat il maggior merito nella creazione della geometria analitica; di ricordare quanto contribuirono Archimede e Lagrange alla creazione della moderna meccanica razionale; ecc. Tali modificazioni certamente non toglieranno al libretto dell'egregio professore del Liceo parigino le doti di chiarezza che rivelano in chi lo compose il provetto insegnante e lo scrittore in pieno possesso della sua bella lingua.

G. L.

D. E. Smith and. Y. Mikami, *A History of Japanese Mathematics*. 8.° p. VII + 233. Chicago, The Open Court pubblishing Company, 1914.

I nostri fedeli lettori conoscono parecchie pubblicazioni recenti relative alle matematiche nell'Estremo Oriente, di cui ci siamo occupati con una larghezza che ci fu consigliata dalla novità ed importanza del soggetto (cfr. *Bollettino*, T. IX, 1906, p. 65-72; XIV, 1912, p. 55-56; T. XVI, 1914, p. 109-117 e T. XVIII, 1916, p. 1-4). L'opera che oggi annunciamo in parte raccoglie e compendia, in parte completa quanto si legge nelle succitate. I quattordici Capitoli che la formano portano i titoli seguenti:

I. *Il primo periodo.* II. *Il secondo periodo.* III. *Sviluppo del Soroban* (è lo strumento per eseguire le operazioni aritmetiche che i Giapponesi hanno imparato dai cinesi). IV. *Il "Sangi"* (bastoncini ausiliari nei calcoli) *applicato all'algebra.* V. *Il terzo periodo.* VI. *Seki Kowa* (il primo eminente matematico giapponese). VII. *I contemporanei di Seki; presunta influenza occidentale.*

Digitized by Google

VIII. *Il " Yenri „ o principio circolare.* IX. *Il XVIII secolo.* X. *Aijma Chokuyen.* XI. *Principio del secolo XIX.* XII. *Wada Nei.* XIII. *Fine dell'antico " Wasan „* (metodi algebrici indigeni dei Giapponesi). XIV. *Introduzione in Giappone nella matematica occidentale.*

Il volume è ornato da un considerevole numero di belle figure e di curiose vignette, tratte da opere originali ignote in Europa. Sulla materia esposta potremmo esporre un grande numero di osservazioni; ma, lo spazio non concedendoci di dilungarci, ci riserbiamo di esporle in una nuova occasione, assieme ad altre suggerite da altre pubblicazioni sulla matematica dei Giapponesi. (1) G. L.

Funzioni di due variabili.

A. R. Forsyth, *Lectures introductory to the theory of functions of two complex variables delivered to the University of Calcutta during january and february 1913.* Cambridge, University Press, 1914: 8° p. XVI + 281.

Nel corso di lezioni riprodotto nell'opera che ci sta dinanzi l'autore si è proposto, non tanto di svolgere in modo completo e sistematico l'argomento prescelto, quanto di aprire ai suoi uditori la via a ricerche proprie in un campo tuttora poco coltivato. Non sarebbe giusto pertanto esigere di trovare in quest'opera tutto quanto riguarda la teoria delle funzioni di due variabili complesse, benchè possa dirsi che nessuno degli indirizzi nei quali questa teoria fu studiata sia stato dall'autore lasciato in ombra.

L'autore comincia (C. 1) coll'esporre e discutere i tre modi di rappresentazione che furono adottati per una coppia di variabili complesse: spazio lineare punteggiato a quattro dimensioni, spazio ordinario rigato, coppia di piani punteggiati. Nessuno dei tre metodi è scevro d'imperfezioni — se uno lo fosse, avrebbe fatto dimenticare gli altri; l'ultimo è d'uso più frequente, perchè meglio conserva l'analogia coll'ordinaria rappresentazione di una variabile complessa nel piano.

(1) V. la conferenza *Le Matematiche nell'Estremo Oriente* tenuta al Seminario matematico della R. Università di Roma e pubblicato del T. III. dei *Verbali.*

Digitized by Google

Si passa poi (C. 2) alle trasformazioni lineari tra due coppie di variabili complesse:

$$w = \frac{a\,z + b\,z' + c}{a''\,z + b''\,z' + c''}\,, \qquad w' = \frac{a'\,z + b'\,z' + c'}{a''\,z + b''\,z' + c''}\,.$$

Una trasformazione di questo tipo può essere ridotta a tre forme canoniche diverse, secondochè l'*equazione caratteristica*:

$$\begin{vmatrix} a - \Theta & b & c \\ a' & b' - \Theta & c' \\ a'' & b'' & c'' - \Theta \end{vmatrix} = 0$$

ha tre radici semplici, una radice doppia ed una semplice, o una radice tripla; nel primo caso vi sono tre *centri invarianti*, o punti doppi. Ricordando la proprietà invariantiva del cerchio rispetto alle trasformazioni lineari d'una variabile complessa, l'autore si propone di cercare le più semplici superficie dello spazio a quattro dimensioni che per ogni trasformazione lineare si mutano in superficie della stessa natura. Posto:

$$z = x + i\,y \quad , \quad z' = x' + i\,y'\,,$$

egli trova che ogni equazione del tipo:

$$A\,(x^2 + y^2) + B\,(x'^2 + y'^2) + C\,(x\,x' + y\,y')$$
$$+ D\,(x\,y' - y\,x') + E\,x + F\,y + G\,x' + H\,y' = K$$

si muta, per qualunque trasformazione lineare, in una equazione del medesimo tipo, e ne studia gli invarianti.

Il concetto di funzione analitica uniforme di due variabili complesse comparisce nel C. 3. L'estensione delle definizioni e dei teoremi fondamentali riguardanti le funzioni analitiche d'una variabile è quasi immediata. Una differenza fondamentale si presenta nelle singolarità; i punti singolari, nel cui intorno la funzione è rappresentabile come quoziente di due funzioni regolari, devono essere distinti in due specie, secondochè, oltre il denominatore, che è necessariamente nullo nel punto considerato, si annulla o no in esso anche il numeratore. Nel secondo caso si ha un *polo*, cioè un punto in cui la funzione è infinita, nel primo un *punto singolare non essenziale*, in cui essa è indeterminata.

Il C. 4 è dedicato principalmente all'esposizione dei classici teoremi di Weierstrass sulla rappresentazione d'una funzione analitica di due variabili complesse nell'intorno d'un suo zero.

Digitized by Google

Si introducono quindi i concetti di *divisibilità* e di *riducibilità* per due funzioni considerate in vicinanza d'uno zero comune, e si determina la forma d'una funzione nell'intorno d'un polo o d'un punto singolare non essenziale.

L'analogia colle funzioni d'una variabile riappare nel C. 5, dove si dimostra che ogni funzione senza singolarità essenziali è razionale, e che ogni funzione non avente singolarità essenziali al finito (cioè per alcuna coppia di valori ambedue finiti di z, z') può rappresentarsi come quoziente di due funzioni regolari al finito.

Il C. 6 concerne gli integrali semplici e doppi. L'autore espone anzitutto la generalizzazione del teorema di CAUCHY dovuta a POINCARÉ, e ne fa varie applicazioni. Studia poi le funzioni algebriche, e le coppie di funzioni algebriche, di due variabili complesse, e determina la forma canonica delle funzioni razionali delle tre o delle quattro variabili: tale forma è nel secondo caso (che comprende il primo come caso particolare):

$$(1) \qquad \frac{\Theta(w, w', z, z')}{J\begin{pmatrix} f, & g \\ w, & w' \end{pmatrix}},$$

dove:

$$f(w, w', z, z') = 0 \quad , \quad g(w, w', z, z') = 0$$

sono le due equazioni algebriche date, Θ è una funzione intera di w e w' a coefficienti razionali rispetto a z, z', e J è il determinante funzionale di f, g rispetto a w, w'. Il problema di determinare le condizioni perchè un integrale semplice:

$$\int (Z\, dz' - Z'\, dz),$$

o un integrale doppio:

$$\int\int P\, dz\, dz',$$

dove Z, Z', P sono funzioni del tipo (1), sia sempre finito viene trattato, benchè non completamente. Per gli integrali semplici esiste una proposizione analoga al teorema d'ABEL.

Nel C. 7 l'autore dimostra che, date due funzioni indipendenti e regolari al finito, esistono sempre punti al finito o no, in cui le funzioni si annullano insieme. La ricerca si estende facilmente al caso di due funzioni non aventi singolarità essenziali al finito.

Infine l'ultimo capitolo (C. 8) è dedicato alle funzioni uniformi periodiche. Il fondamento della teoria di queste funzioni è il teo-

Digitized by Google

rema ben noto seguente: Una funzione analitica uniforme di due variabili non può avere più di quattro coppie di periodi indipendenti; indicando le quattro coppie con:

$$\omega_s = \alpha_s + i\,\beta_s \quad , \quad \omega'_s = \alpha'_s + i\,\beta_s \qquad (s = 1, 2, 3, 4),$$

il determinante:

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ \alpha'_1 & \alpha'_2 & \alpha'_3 & \alpha'_4 \\ \beta'_1 & \beta'_2 & \beta'_3 & \beta'_4 \end{vmatrix}$$

è diverso da zero. Le funzioni con una o due coppie di periodi non presentano alcun interesse, riducendosi immediatamente a combinazioni di funzioni periodiche d'una variabile. Vengono invece diffusamente studiate le funzioni con tre o quattro coppie di periodi; esse comprendono le funzioni abeliane di genere 2.

Parlando d'un libro inglese, è quasi superfluo avvertire che esso contiene un numero notevole di esercizi, in parte svolti e in parte semplicemente proposti.

L'esposizione è chiara e rigorosa; qualche riserva dovremmo fare su due punti (pp. 128 e 149), che però non hanno alcuna influenza sugli sviluppi ulteriori. L'autore non ha in alcuna occasione trascurato di porre in luce i punti nei quali la teoria è tuttora incompleta, ed i problemi che attendono una soluzione, nè ha mancato di aggiungere frequenti accenni alla teoria delle funzioni analitiche d'un numero qualunque di variabili; la sua opera ben risponde pertanto allo scopo da lui voluto, e sarà accolta con piacere da chiunque si proponga di cimentarsi nel nuovo e promettente campo di ricerche.

G. Vivanti.

Analisi vettoriale.

M. Bottasso, *Analyse vectorielle générale*. Vol. IV. *Astatique*. Avec une préface de R. Marcolongo, 1 vol. in 8°, pag. XVI + 159, 1915 (Frs. 6) Pavia, Mattei e C. editori. (Prezzo fr. 6).

È questo il quarto volume della collezione dell'*Analyse vectorielle générale*, in cui i prof. C. Burali-Forti e R. Marcolongo, ed i loro collaboratori, dopo aver esposto le *trasformazioni lineari*, mostrano, con rapida sintesi, come i metodi del moderno calcolo vettoriale intrinseco semplifichino le più eleganti appli-

Digitized by Google

cazioni, le più interessanti teorie della Geometria, della Meccanica e della Fisica Matematica. Esso è dovuto ad un giovane e valoroso matematico, il prof. Bottasso, ed è dedicato alla *Astatica.*

Questa teoria, i cui primi incompleti saggi, dovuti al Bordoni, rimontano al 1815, deve la sua fortuna ai lavori fondamentali di Minding e di Möbius ed alle applicazione al magnetismo fatte da Broch e da Moigno; Somoff e Darboux vi consacrarono notevoli lavori: questi rettificando risultati anteriori di Möbius ed ottenendo importanti proposizioni completamente nuove. A tale teoria il da Silva dedicò un geniale lavoro, lungamente ignorato, su cui il Teixeira ed il de Vasconcellos richiamarono l'attenzione degli studiosi.

Questi autori, però, e tutti gli altri che si occuparono dello stesso argomento, che, in fondo, interessa il geometra ancor più che il meccanico, considerarono separatamente, da particolari punti di vista, speciali elementi del sistema astatico, d'onde risultati parziali, spesso incompleti, non di rado ottenuti con procedimenti tortuosi. Dalla definitiva, limpida, suggestiva pubblicazione del prof. Bottasso, avente, anzitutto lo scopo di ritrovare sistematicamente, coordinandole e, spesso, completandole, tutte le proprietà riguardanti un sistema astatico, risulta chiaramente la superiorità del metodo vettoriale; l'A., valendosi, infatti, della omografia del sistema, al cui studio è dedicato tutto il lavoro, ha il vantaggio di poter considerare, simultaneamente, tutti gli elementi fondamentali.

L'omografia σ_A del sistema astatico compie un importantissimo ufficio in tutta la teoria: la sua quadrica rappresentatrice ha gli assi paralleli a quelli dell'ellissoide di riduzione di da Silva, a quelli dell'ellissoide centrale di Darboux, agli assi principali di equilibrio di Bardelli (pei sistemi a vettore nullo) ed agli assi di equilibrio di Siacci. L'annullarsi di tale omografia è una delle condizioni necessarie e sufficienti per l'equilibrio astatico; il suo invariante primo è il viriale, rispetto al punto A, delle forze del sistema, nella configurazione data.

Per la rapida lettura del bel volume è necessaria la conoscenza del calcolo vettoriale, dell'analisi vettoriale generale e delle nozioni fondamentali sulle proprietà delle forme geometriche di Grassmann-Peano, indispensabili (almeno per quanto riguarda le forme di 2ª specie) ove si voglia prescindere dalla considerazione del centro di riduzione nella Meccanica dei sistemi rigidi.

Digitized by Google

*
* *

Il volume consta di quattro capitoli e l'appendice.

Il primo capitolo è dedicato ai " *Preliminari e proprietà generali* ". Definito il vettore e l'omografia del sistema astatico, si determinano le condizioni necessarie, e sufficienti per l'equivalenza e per l'equilibrio astatico; occupandosi delle riduzioni astatiche di un sistema qualunque, passa, poi, a considerare il caso delle riduzioni a quattro forze applicate ai vertici di un tetraedro proprio arbitrario (enunciando proprietà non ancora messe in luce), i sistemi riducibili astaticamente a due sole forze o ad una unica forza, i sistemi a vettore nullo ed i sistemi di forze parallele. Chiude il capitolo l'analisi degli elementi centrali del sistema astatico e la determinazione delle direzioni principali e dei parametri principali della omografia σ_A.

Il secondo capitolo studia i " *Sistemi a piano centrale determinato* ". In esso, definita la polarità sul piano centrale e la curva centrale del sistema astatico, si deducono agevolmente i principali risultati già noti, si considerano le speciali riduzioni del sistema ed il complesso degli assi centrali; si determinano, poi, le direzioni principali dei punti del piano centrale e delle focali di Minding e si fa l'analisi delle riduzioni astatiche del sistema relative alle direzioni principali. È pure notevole la rapida ed elegante dimostrazione diretta ed inversa del t. di Minding.

Il terzo capitolo è dedicato alle " *Proprietà dei sistemi particolari* ". Studiata l'involuzione della retta centrale di un sistema riducibile a due forze, si passa a considerare il complesso degli assi centrali e la sua congruenza delle risultanti uniche in un sistema riducibile a due forze; sono notevoli l'espressione dell'asse centrale, la costruzione del complesso di questi assi, la proposizione che sostituisce il teorema di Minding del caso generale, l'identificazione del complesso suddetto a quello delle rette d'intersezione delle coppie di piani ortogonali tangenti ad un dato iperboloide ad una falda o a due iperboloidi associati di un sistema di quadriche omofocali; il processo seguito per la nota costruzione delle rette del complesso permette di vedere se la coppia di piani è reale o non; è indicata anche un'altra costruzione reale del complesso nel caso del sistema riducibile a due forze. Si fa, poi, la ricerca delle direzioni principali dei sistemi astaticamente equivalenti a due sole forze, determinan-

Digitized by Google

dole per ogni punto dello spazio; si considerano, in ultimo, i sistemi riducibili ad una forza sola e quelli il cui vettore è nullo.

Nel quarto ed ultimo capitolo sono esposte le " *Proprietà generali e complementari* „. Stabilite le configurazioni di equilibrio, si considerano gli assi statici, le quaterne statiche di Siacci e le figure da queste generate; poi, definito il momento d'inerzia di un sistema rispetto ad un piano, si studiano le quadriche omofocali inviluppate dai piani i cui momenti hanno uguale modulo. Seguono alcuni interessanti paragrafi dedicati alla teoria: degli assi variabili di equilibrio, delle configurazioni di equilibrio stabile ed instabile e degli assi variabili di equilibrio indifferente: di più, si generalizza la nozione di asse di equilibrio di Möbius, definito pei sistemi a vettore nullo, ai sistemi arbitrari di cui si è fissato un punto del corpo (assi reali di equilibrio rispetto a questo punto) e si determina il luogo di tali assi in tutte le posizioni del corpo (assi virtuali di equilibrio). Circa le differenti specie di equilibrio (stabile, instabile, indifferente, indeterminato), si ritrova facilmente e rapidamente, e si completa, il risultato di Somoff sulla esistenza di una configurazione di equilibrio stabile rispetto ad ogni punto fisso del corpo, mostrando che tal proprietà sussiste anche per le configurazioni di equilibrio instabile; fatta l'ipotesi che il punto fisso sia sopra una delle focali di Minding, si deduce e si completa, per le altre configurazioni di equilibrio, una proposizione del prof. Segre sui rami dell'iperbole focale. Termina il capitolo, una serie di accurati studi sugli assi principali di rotazione, sugli assi principali virtuali di rotazione, passanti per un punto arbitrario, e sugli assi principali di rotazione e di equilibrio, in una configurazione assegnata.

L'appendice è consacrata allo studio degli " *Ellissoidi di da Silva e di Darboux e le loro relazioni* „ Dall'omografia σ_A di un sistema astatico si deducono facilmente tutte le varie figure geometriche di cui gli altri A. si servirono nelle loro ricerche; così, qui, si deducono immediatamente gli ellissoidi considerati dal da Silva e quelli considerati dal Darboux, si mettono in luce le relazioni che esistono fra queste varie specie di quadriche e si determinano gli elementi che occorrerebbero a ciascuna di esse per una rappresentazione completa del sistema astatico. È notevole la dimostrazione: che le direzioni principali della coniugata dell'omografia del sistema astatico sono quelle del terzo ellissoide centrale di Darboux, in una configurazione arbitraria.

Chiude il volume la bibliografia della Astatica.

Digitized by Google

ARMANDO PALOMBY.

Notizie.

L. Couturat (1868-1914) è una delle prime e più illustri vittime dell'attuale conflitto, essendo stato schiacciato da un automobile francese in servizio militare, poco dopo la dichiarazione di guerra fra la Francia e la Germania. Nelle nostre colonne egli va ricordato con onore perchè la miglior parte della sua produzione filosofica concerne i fondamenti della matematica; oltre ad innumerevoli articoli, ricorderemo la sua tesi di laurea *L'infini mathématique* (Paris, 1896), l'importante opera sopra *La logique de Leibniz* (Paris, 1901), la raccolta di articoli sopra *Les principes des mathématiques* (pubblicati nella *Revue de métaphysique et de morale*) e finalmente l'ottima esposizione da lui fatta de *L'algèbre de la logique* (Paris, 1905). Va da ultimo rammentato che il Couturat fu uno degli apostoli più efficaci e convinti dalla creazione di una lingua artificiale universale e che, per agevolarne la scelta, scrisse, in unione al Leau, una *Histoire de la langue universelle* (Paris, 1903) ritenuta ancora classica sull'argomento.

Metamorfosi di un antico periodico. La nota rivista inglese *The Educational Times* nel primo anno di sua vita (1848) pubblicò soltanto per eccezione problemi ed articoli di argomento matematico; ma, a partire dell'Agosto 1849, accordò regolarmente qualche pagina alle questioni proposte e risolte. Tale rubrica, grazie alla collaborazione di eminenti scienziati, crebbe talmente che, alla fine del 1915, i problemi enunciati toccarono il numero 18139. Ma, sin da quando (1866) esse furono 1400, si pensò di farne una ristampa; il favore che incontrò tale idea è attestato dall'essere il numero complessivo di volumi di *Reprints* oggi 103, 75 della I Serie e 28 della II. Col presente anno se ne è cominciata una III col titolo *Mathematical Questions and Solutions*, da pubblicarsi in fascicoli mensili di 20 pagine ognuno; sei numeri formeranno poi un volume; ad essa non mancherà certamente il favore di professori e studenti.

Il II centenario della morte di Leibniz, è stato ricordato in America col dedicare a lui un intero fascicolo (il IV del vol. XXVI) della nota rivista *The Monist*. Interesseranno specialmente i nostri lettori i seguenti fra gli articoli dedicati al grande emulo di Newton: C. Delisle Burns, *Leibniz's Life and Work;* Ph. E.

Digitized by Google

B. Jourdain, *The logical Work of Leibniz*; F. Cajori, *Leibniz's « Image of creation »* (si tratta ivi del sistema di numerazione binaria e del suo significato filosofico), J. M. Child, *The manuscripts of Leibniz on his discorvery of the differential calculus* (con traduzioni in inglese di alcuni importanti documenti concernenti la celebre disputa).

MANUALE DI BIBLIOGRAFIA MUSULMANA. È questo il titolo di un'opera del prof. G. Gabrieli, di cui uscì di recente (Roma Tip. dell'Unione editrice, 1916) la parte prima (*Bibliografia generale*) sotto gli auspici del nostro Ministero delle Colonie. Quantunque non tocchi direttamente il campo di studi di stretta pertinenza del nostro *Bollettino*, pure crediamo nostro dovere segnalarla ai nostri lettori, perchè essa rappresenta un prezioso ausiliare per chiunque intenda dedicarsi allo studio, tanto importante e tanto promettente, della scienza araba.

INTORNO AI LIBRI ASTRONOMICI DI P. D'ABANO. Sotto questo titolo S. Ferrari ha pubblicato nella *Rivista ligure di Scienze, Lettere ed Arti* (1916) un articolo per rivendicare a sè stesso la prima scoperta di un ms. del *Lucidator Astronomiae*. Ivi sono ancora date alcune importanti notizie sopra mss. di lavori dello stesso autore (cfr. questo, *Bollettino*, T. XVIII, 1916, p. 110); dopo aver detto che tutto il relativo materiale a lui noto trovasi nella Nazionale di Parigi e nella Biblioteca Vaticana, il dotto professore dell'Ateneo genovese scrive: « Quivi, (cioè nella Vaticana) un codice miscellaneo del secolo XV, il Palatino 1377, dal principio al retto del foglio 5, contiene il *De motu octavae sphaere*. Un altro Palatino lat. 1171, pergamenaceo del secolo XIV, da tergo del foglio 317 fino a un terzo della prima colonna del 320, ha pure il *De motu oct. sph.*; e vi tien dietro subito il *Lucidator*: il passaggio al quale è appena avvertibile all'occhio per una lettera miniata. Il *Lucidator* resta sospeso alla carta 337; nel cui tergo, in cima, leggesi il tema puramente della settima *Differenza*, seguito da punti d'interruzione ».

Digitized by Google

RECENTISSIME PUBBLICAZIONI

in vendita presso la

Libreria Internazionale ROSENBERG & SELLIER

TORINO — Via Maria Vittoria, 18

BOREL. — Introduction géométrique à quelques théories physiques. L. 5,50.
BRAUDE. — Les coordonnées intrinsèques. L. 2,25.
CASTELNUOVO. — Lezioni di Geometria analitica. Vol. I/III, L. 15.
DOLBNIA J. — Oeuvres mathématiques publiées par Kriloff. L. 12,50.
ENRIQUES. — Questioni riguardanti le matematiche elementari. — Vol. I/II, L. 50.
GUILLAUME. — Les récents progrès du système métrique. L. 5,50.
Handbuch der angewandten Mathematik, hrsg. v. Timerding.
Bd. I: SANDEN. — Praktische Analysis. L. 4,75.
Bd. II: HJELMSLEV. — Darstellende Geometrie. L. 7,25.
HAUSDORFF. — Grundzüge der Mengenlehre. L. 23,50.
SALPETER. — Einführung in die höhere Mathematik. L. 15,50.
SMITH e MIKAMI. — History of Japanese Mathematics. L. 20.
ZEUTHEN. — Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie. L. 21.

GUIDA ALLO STUDIO
DELLA STORIA DELLE MATEMATICHE

DEL

Prof. GINO LORIA

Prezzo del volume elegantemente rilegato L. 3.

MILANO
ULRICO HOEPLI

1917

Digitized by Google

Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche

Si pubblica in fascicoli trimestrali, ciascuno di almeno 32 pag. in 8°.

Abbonamento annuo per l'Italia L. 7.50, per l'Estero L. 10.—

Gli abbonamenti si ricevono presso la Casa Editrice ROSENBERG & SELLIER, Torino, Via Maria Vittoria, 18, e presso i principali librai dell'Italia e dell'Estero.

Per quanto concerne l'Amministrazione rivolgersi alla Casa editrice; invece gli articoli da inserirsi, i libri, giornali ecc., cioè in generale quanto concerne la Redazione, va indirizzato al Prof. G. LORIA, Genova, Piazza Manin, 41.

Sommario del presente Fascicolo

Lettere di M. Chasles a G. Giorgini (M. C.), pag. 1-8.
La correspondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son époque (J. H. Graf), pag. 9-14.
Centenario Neperiano (G. L.), pag. 14-19.
Storia (G. L.), pag. 19-24.
Funzioni di due variabili (G. Vivanti), pag. 24-27.
Analisi vettoriale (A. Palomby), pag. 27-30.
Notizie, pag. 31-32.

Digitized by Google

II. 394

N. 2 PERIODICO TRIMESTRALE 1917

CONTO CORRENTE COLLA POSTA

BOLLETTINO
DI
BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA
DI
GINO LORIA

ANNO XIX
1917

TORINO
ROSENBERG & SELLIER
Via Maria Vittoria, 18
1917

Pubblicato il 20 Maggio 1917.

Digitized by Google

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
ANNO XIX, Fasc. II: **Aprile, Maggio, Giugno** 1917

ANTONIO FAVARO

Scritture Galileiane apocrife

È venuto in questi ultimi tempi a cognizione degli studiosi che l'opera concepita con tanta grandiosità di linee dall'Abate Raffaello Caverni, e della quale erano già in luce cinque tomi, pubblicati tra il 1891 ed il 1898 col titolo di *Storia del metodo esperimentale in Italia*, si era arricchita d'un nuovo volume, che si direbbe quasi edito alla macchia, poichè la prima notizia ne comparve pochi mesi or sono in una rivista, nella quale Aldo Mieli, tra alcuni cenni che sta raccogliendo " Per una biografia degli storici italiani della scienza „, in aggiunta a cose dette in un numero precedente intorno al Caverni, come " notizia avuta da G. Vacca „ scriveva: " Il 6° volume della Storia del metodo sperimentale in Italia, che tratta della storia dell'idraulica, fu cominciato a stampare, ma poi fu interrotto per la morte dell'autore. Esistono stampate circa 450 pagine, la maggior parte delle copie dei fogli sciolti è andata sperduta „ (1). Messomi in campagna per procurarmi un esemplare di questi fogli, ogni mia ricerca fatta eseguire col mezzo di autorevolissime persone in Firenze, dove erano stati stampati gli altri cinque tomi, riusciva vana, sicchè io aveva quasi rinunziato alla speranza di procurarmi questo moncone di tomo sesto, quando l'esistenza effettiva di esso mi veniva alcune settimane dopo confermata dal collega Loria.

(1) *Rivista di storia critica delle scienze mediche e naturali*. Anno VII, n. 4 Luglio-Agosto 1916. — Grottaferrata, tip. Italo-Orientale « S. Nilo », pag. 125.

Digitized by Google

Quasi contemporaneamente ricevevo dalla Libreria di Oreste Gozzini di Firenze il suo catalogo n. 60 in data 1° novembre 1916, nel quale sotto il n. 890 trovai registrato un esemplare dell'opera del Caverni in 6 volumi, sicchè senza por tempo in mezzo mi rivolsi alla Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, non dubitando che anche il tomo sesto, il quale si annunziava stampato esso pure in Firenze e fin dal 1900 nello stesso stabilimento Civelli che aveva editi gli altri cinque, sarebbe stato da essa posseduto, almeno per diritto della legge sulla stampa; ma con infinita mia sorpresa mi venne risposto che il detto tomo sesto non vi si trovava. Il collega Loria avendomi poi partecipato che in quei giorni aveva potuto acquistare un esemplare del leggendario volume da un libraio ambulante, accettai la gentile di lui offerta di mandarmelo a prestito, ed ecco come ne posso ed anzi ne devo parlare.

Tutte queste premesse non erano fuori di luogo, poichè mi preme di stabilire in modo ben chiaro che di questo volume, dal frontespizio del quale si rileva che è stato stampato nel 1900, nè io nè altri studiosi della storia delle scienze in Italia, nè i librai, nè le biblioteche pubbliche avevano notizia, e quindi tutto ciò che io posso avere scritto fin qui intorno al mio argomento favorito di studio (1) deve tenersi affatto indipendente dal contenuto di questo volume.

Il quale sesto volume o tomo che dir si voglia apparisce proprio come una continuazione dei cinque prima di esso pubblicati, e dei quali l'ultimo reca, come avvertimmo, la data del 1898; stampato con i medesimi caratteri, sulla medesima carta, e quindi dello stesso formato degli altri: soltanto sulla copertina, identica anch'essa a quella dei tomi precedenti, si legge: " Questo volume è incompleto essendo decesso l'Autore (2) mentre stava preparando l'opera. Si è stampato tutto ciò che l'Autore ha lasciato dei suoi manoscritti „; ed infatti il volume finisce in tronco alla pag. 464, cioè alla fine del foglio 29°, mentre non è assolutamente possibile che così terminasse l'ori-

(1) Questo particolarmente per ciò che concerne la mia monografia sul MERSENNE, le bozze della quale furono da me licenziate alla stampa il giorno 4 novembre 1916: Cfr. *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei, XXXVIII. Marino Mersenne* (*Atti del R. Istit. Veneto di scienze, lett. ed arti.* Tomo LXXVI. Parte seconda, pag. 58). — Venezia, premiate officine grafiche di Carlo Ferrari, 1917.

(2) L'Ab. RAFFAELLO CAVERNI mancò ai vivi il 30 gennaio 1900.

Digitized by Google

ginale dell'Autore; e senza che la pietà di chi curò la stampa, lasciandovi del resto correre tanti e così gravi errori, abbia pensato di arrivare almeno alla fine del periodo, di aggiungere qualche doverosa parola ed anche un po' d'indice dei capitoli contenuti in questo moncone di volume.

Nel quale, e lo diciamo subito, si trova la parte prima " del metodo sperimentale applicato alla scienza del moto delle acque „; poichè, in conformità al primitivo disegno dell'Autore (1), nei tomi VI e VII avrebbe dovuto trovarsi trattata la storia dell'idraulica, narrandosi di lei nel VI l'origine ed i progressi fatti per opera di Galileo e del Castelli, e riserbando il VII a mostrare in qual grado di perfezione fosse ridotta la scienza del moto delle acque da' discepoli e da' seguaci dei due grandi Maestri. Nel fatto poi, considerata la scienza delle acque divisa in tre parti, cioè Idrostatica, Idrodinamica ed Idraulica, dichiarò di tripartirne anche la storia, trattando delle due prime in questo tomo sesto, e rimandando ad un settimo quella della terza (2): la qual cosa non toglie che in questo stesso tomo rimasto in tronco siano storicamente trattate anche questioni relative all'idraulica propriamente detta.

Non è tuttavia intenzione nostra addentrarci nell'esame particolareggiato del contenuto in questo sesto tomo, per quanto largo margine esso offra a curiose ed interessanti considerazioni, specialmente per ciò che concerne le cose di Leonardo da Vinci e del Cardano, e la insistenza ed il peggioramento nell'insano proposito di denigrare ad ogni costo Galileo fino al punto da rappresentarlo campione del peripatetecismo in confronto degli stessi suoi oppositori peripatetici. Vogliamo sibbene cogliere tale occasione per richiamare l'attenzione degli studiosi sopra alcuni luoghi anche di questo tomo sesto (3), nei quali troviamo ripro-

(1) *Storia del metodo sperimentale in Italia.* Opera di RAFFAELLO CAVERNI, Tomo I. — Firenze, stab. G. Civelli editore, 1891, pag. 260.

(2) Op. cit., Tomo VI, pag. 9.

(3) Non vogliamo passare sotto silenzio che in questo medesimo Tomo VI (pag. 242-264) è pubblicato un trattatello attribuito al VIVIANI ed intitolato « De radiis fluidis ». Ora, poiché noi abbiamo anni addietro pubblicata una monografia sul VIVIANI, e quindi esaminate diligentemente in quella occasione tutte le sue carte, abbiamo verso noi stessi ed il pubblico il dovere di notare espressamente come la attribuzione di quel trattatello al VIVIANI sia assolutamente arbitraria, e costituisca invece una raffazzonatura del CAVERNI stesso sopra alcune note di mano sconosciuta che si trovano tra i manoscritti dell'Accademia del Cimento.

Digitized by Google

dotte scritture attribuite più o meno direttamente a Galileo, ma che, secondo l'avviso nostro, non possono in alcun modo essergli riconosciute.

Già, anche nel tomo precedente il Caverni approfittando, ed anzi abusando, della meravigliosa facilità ch'egli aveva nel maneggio della lingua, e mettendo in opera l'abilità sua somma di imitare, e particolarmente dialogizzato, lo stile Galileiano, della quale aveva dato un bellissimo saggio in altra occasione (1), e opportunamente intercalando frasi caratteristiche ed autentiche del testo genuino, aveva voluto far passare per roba di Galileo ciò che non era altro che una abilissima e raffinata sua contraffazione. E di avvertire questo fatto, grave sempre, ma gravissimo in uno storiografo e soprattutto in tale ripetutamente chiaritosi come mancante affatto di obiettività, noi ci crediamo in diritto ed in dovere per due motivi; il primo cioè, per mettere in guardia chi ricorre a quell'opera e per conto suo non se ne fosse accorto, ed il secondo per giustificare in certo qual modo la Edizione Nazionale, la quale veramente sarebbe stata condotta con biasimevole negligenza, qualora avesse trascurata tanta e così cospicua parte dell'opera Galileiana.

Ma, per venire ai fatti, incominciamo dal notare come nel testè citato tomo quinto (2), là dove il Caverni accenna alle materie che avrebbero dovuto fornire argomento al sesto dei *Dialoghi delle Nuove Scienze*, ed alla promessa del Salviati di esplicare l'utilità che avrebbe potuto trarsi dall'osservare come la catenella lentamente sospesa per le sue estremità si incurvi assumendo una forma che in certi casi cammina quasi *ad unguem* sopra la parabola, scrive che, messosi " primo e solo „ (3) a cercare dove e come la promessa sia stata mantenuta, trovò la seconda parte del dialogo galileiano che, soggiungendosi alla trattazione dell'argomento della percossa, completava la giornata.

---

(1) Intendiamo di alludere al dialogo tra Galileo ed il Salviati maestrevolmente ideato dal Caverni ed inserito a pag. 205-243 delle sue *Ricreazioni scientifiche*. — Firenze, le « Letture di Famiglia » editrici, 1882.

(2) Pag. 143.

(3) Quando il Caverni scriveva questo di sé, aveva probabilmente dimenticato l'acre rimprovero che a pag. 128 del Tomo I aveva mosso a Galileo per un analoga vanteria; ma ancora vi è questa capitale differenza, cioè che questi avrebbe voluto essere stato il primo e solo (Ed. Naz., VII, 540), mentre invece il Caverni afferma d'esserlo stato.

Digitized by Google

Ognuno si attenderà qui d'essere informato dove e come il Caverni abbia trovato il preziosissimo manoscritto dal quale trae più di otto pagine di scrittura dialogizzata, dove intervengono come interlocutori quelli stessi del dialogo genuino, cioè il Salviati, il Sagredo e l'Aproino, ma egli se ne schiva scrivendo: " Come ci occorresse a fare la scoperta, in mezzo a certi farraginosi manoscritti datici a esaminare da un nostro amico, ci dispenseremo dal narrarlo ai nostri lettori, i quali noi crediamo desiderosi piuttosto di veder senza indugio quel che di là fu da noi ricopiato „. Quello però che qui vien dato come " dialogo galileiano „ non è più affermato come tale alla fine della riproduzione, dove anzi vengono sollevati dubbii sulla sua autenticità; vi leggiamo infatti: " Il Dialogo rimane a questo punto interrotto, ma il trattato dell'uso delle catenuzze in ogni modo è compiuto, e ciò che si sente dovervi mancare non poteva esser altro che il congedo fra gl'interlocutori più o meno cerimonioso. Nel consentir nonostante i nostri lettori che si comprenda nelle trascritte parole intero l'argomento, potrebbero domandare a noi *le ragioni che ci hanno fatto attribuire quella scrittura a Galileo* „. Non si tratta dunque più di scrittura genuina, bensì di cosa da lui attribuita a Galileo: e qui egli dichiara (1), doversi distinguere tra la forma e la materia, ed a provare che questa sia schiettamente galileiana invoca un teorema del quale egli fa uso e che si trova effettivamente autografo fra quei " frammenti attenenti ai discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze „ che noi abbiamo integralmente dati alla luce per la prima volta nell'Edizione Nazionale e che ne costituiscono una delle più fulgide gemme (2); ed ancora allega un disegno, compreso esso pure fra quei " Frammenti „ (3), e nel quale Galileo accenna a voler applicare la citata proposizione agli anelli della catena con intenzione di conchiuderne la forma parabolica. Più in là infine dichiara di dover attribuire al Viviani il disteso del dialogo o del frammento di dialogo che dice da lui ritrovato in una copia che deve essere di quel tempo, adducendo un luogo del " Rag-

(1) Pag. 152.

(2) *Le opere* di Galileo Galilei. Ediz. Naz., ecc. Vol. VIII, pag. 363-448. Il teorema citato si legge a pag. 367.

(3) Op. cit., Vol. VIII, pag. 369.

Digitized by Google

guaglio dell'ultime opere del Galileo „ (1), nel quale, egli scrive: " è facile vedere compendiato il dialogo da noi trascritto „.

In questo medesimo tomo quinto, a proposito " del settimo dialogo da aggiungersi alle due scienze nuove, ossia dei problemi fisici e matematici „, dopo aver riprodotto un breve squarcio di dialogo, nel quale intervengono il Salviati e Simplicio, squarcio che nei manoscritti Galileiani si ha autografo del Viviani, ma dell'autenticità del quale non è da dubitare, poichè egli afferma: " di questo ho l'originale „ (2), e di cui il Caverni asserisce essere l'unico esempio della forma di dialogo data da Galileo alle sue questioni meccaniche, fa seguire altro ed assai più lungo brano dialogizzato che dice aver trovato rivolgendo le carte nelle quali ebbe a ritrovare il trattato dell'uso delle catenuzze (3), e dove il Salviati ed il Sagredo dimostrano a Simplicio quanto avesse errato il suo Aristotele, dicendo che la vela tanto più velocemente spinge la nave quanto è sollevata più in alto, e ciò per gli effetti meccanici della leva.

Di questo ulteriore brano trasse evidentemente il Caverni lo spunto dalla autentica proposizione Galileiana: " Se sia vero quello che dice Aristotele, cioè che più gagliardamente spinge la vela quanto è più alta, e se ciò avviene per la ragione addotta da esso e presa dalla leva „ (4).

Più in là ancora, e sempre a proposito " del settimo dialogo „, espone prima dialogizzate alcune proprietà geometriche che dice aver trovate " fra le carte che il Panzanini consegnò al Buonaventuri „ (5), e da queste stesse scrive d'aver tratta altra porzione di dialogo concernente il teorema dei momenti nelle varie parti della circonferenza (6), ma senza mai dire in che cosa realmente consistessero queste carte, nè dove presentemente si trovino.

(1) *Quinto libro degli Elementi d'Euclide ovvero scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo*, con nuov'ordine distesa e per la prima volta pubblicata da VINCENZIO VIVIANI ultimo suo discepolo, aggiuntevi cose varie e del Galileo e del Torricelli, i ragguagli dell'ultime opere loro, ecc. — In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 105-106.

(2) *Le opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. VIII, pagine 632-633.

(3) Pag. 203-206.

(4) *Le opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. VIII, pag. 609.

(5) Tomo V, pag. 244-247.

(6) Tomo V, pag. 251.

Digitized by Google

Ora, relazioni tra l'Ab. Jacopo Panzanini, erede del Viviani, e nelle mani del quale era rimasta la ricchissima suppellettile di manoscritti di Galileo e de' suoi discepoli da questo raccolta — suppellettile della quale il Panzanini, finchè visse, fu gelosissimo custode — e Tommaso Buonaventuri che con Benedetto Bresciani e con qualche aiuto del P. Guido Grandi e di Pascasio Giannetti curò la prima edizione fiorentina delle opere di Galileo, ebbero luogo certissimamente, e sono pervenute insino a noi numerose lettere del Panzanini, del Bresciani e soprattutto del Buonaventuri al P. Grandi, ch'era allora a Pisa come Lettore dello Studio, nelle quali si discorre e della edizione che si stava preparando e dei materiali per essa ottenuti e dal Panzanini e da altri (1). Quali siano stati effettivamente i materiali consegnati al Buonaventuri ed al P. Grandi vedremo più innanzi, ma di scritture risguardanti gli argomenti di quelle addotte dal Caverni in questi carteggi da noi diligentemente consultati non è cenno affatto; e d'altronde apparisce assai poco credibile che, ove queste carte avessero realmente esistito ed il Panzanini le avesse consegnate al Buonaventuri, questi, che andava così avidamente in traccia di materiale inedito col quale arricchire, in confronto della bolognese, l'edizione che stava conducendo, non ne avesse approfittato egli stesso dandole alla luce: ed è ben futile la spiegazione che il Caverni fornisce del non essersene egli servito per quella sua edizione, " sgomentato dall'apparirgli quelle stesse carte illeggibili, per le macchie sparse e per i margini troppo addentro corrosi „. E soggiunge: " Fu tale anche la nostra apprensione in principio, ma poi, trovando che le lacune eran tali da potersi non difficilmente riempier con parole se non identiche, equivalenti, non ci siam fatto scrupolo di rassettare così l'oggetto prezioso, piuttosto che gettarlo di nuovo „. E conchiude: " Che

(1) Questa corrispondenza si trova in originale tra le carte del GRANDI nella Biblioteca Universitaria di Pisa; ma di alcuni articoli di lettere concernenti la suindicata prima edizione fiorentina delle *Opere* di GALILEO si ha copia nel Tomo XVIII della Parte VI (Div. II) dei manoscritti Galileiani nella Biblioteca Nazionale di Firenze. Anzi alcuni di questi articoli di lettere furono editi a pag. 157-163 dei *Documenti inediti per la storia dei Manoscritti Galileiani nella Biblioteca Nazionale di Firenze* pubblicati ed illustrati da ANTONIO FAVARO (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche* pubblicato da B. BONCOMPAGNI. Tomo XVIII). — Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche, 1886.

Digitized by Google

sia opera di Galileo nella dettatura e nell'andamento del discorso ci si rende certo dalla certezza che abbiamo essere opera del medesimo quanto alla sostanza „ (1).

Ed ora veniamo al tomo sesto, per il quale la fonte di nuove scritture galileiane sembrerebbe essere, almeno in parte, diversa da quelle delle quali asserisce d'essersi servito nelle occasioni precedenti, e viene additata in un manoscritto intitolato: " Roba del gran Galileo, in parte copiata dagli originali, e in parte dettata da lui a me Vincenzio Viviani, mentre dimoravo nella sua casa in Arcetri „; ma neppur di questo è detto in alcun modo dove e presso chi si trovasse, allorquando, come afferma, gli venne offerto.

Una di tali nuove scritture è costituita dalla stesura in dialogo, condotto per quasi dieci intere pagine, del trattatello Galileiano sulla Bilancetta (2), nella quale però ci sembra che il Caverni abbia fatto un po' troppo a fidanza con la pratica acquistata in tali sofisticazioni, e non abbia anche curata con la consueta diligenza la imitazione della lingua e dello stile di Galileo, e che soprattutto nelle obbiezioni che mette in bocca a Simplicio sia troppa, diremo così, semplicità e troppo lontana dalla relativa arguzia che nei dettati genuini è dimostrata da questo curioso personaggio del dialogo galileiano. Anche la introduzione d'altri argomenti intimamente connessi con questo della Bilancetta e tratti dai carteggi, dalle scritture dei discepoli e da quelle dei numerosi commentatori che trovò il trattatello originale, ci confermano nel nostro giudizio.

Dalla medesima fonte, alla quale abbiamo poc'anzi accennato scrive il Caverni di trarre altre cose che si connettono, o che almeno dovrebbero connettersi con gli studi da Galileo istituiti sulla forza della percossa e che dovevano porgere argomento a quella che l'Albèri chiamò " Giornata sesta „, ma che con maggiore fedeltà e più doveroso scrupolo abbiamo intitolato " Principio di Giornata aggiunta ai discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze „. A questo proposito infatti Galileo (3) mette in bocca all'Aproino la relazione d'una delle

(1) Tomo V, pag. 247.
(2) Tomo VI, pag. 111-120.
(3) *Le opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, ecc. Vol. VIII. pag. 323.

Digitized by Google

esperienze che si erano fatte nella sua casa in Padova, e diretta alla ricerca d'una misura per assegnare qual parte abbia nell'effetto ed operazione della percossa il peso del percuziente e la velocità maggiore o minore con la quale vien mosso.

Ora, tra le carte suaccennate afferma il Caverni d'aver trovate relativamente a questo argomento alcune note in capo alle quali il Viviani, come in qualche altra occasione da noi menzionata, scrisse: " di questo ho l'originale „, e poche pagine appresso, messa in dialogo la sostanza di quelle note con l'avvertimento: " ad mentem Galilaei „, come pur si trova aver egli annotato in capo ad altri suoi studi sulle dottrine del Maestro sparsi tra i suoi manoscritti e raccolti tra quelli Galileiani propriamente detti. La parte dialogizzata, attribuita dunque dal Caverni al Viviani (1), si inserisce al seguito di un luogo del dialogo genuino dove si fa parlare l'Aproino (2), anzi si innesta per quattro pagine nelle prime linee della risposta del Salviati, la quale non ostante la lunga variante, procederebbe poi inalterata. A tale inserzione il Caverni fa seguire queste parole: " Se avesse avuto il Viviani occasione di pubblicare egli stesso il Dialogo della forza della percossa, non è dubbio che avrebbe, insieme con altre parti, forse meno importanti, ridotto anche questa. Ma perchè l'ufficio era riserbato al Buonaventuri, se questi non integrò così come sarebbesi desiderato la sua edizione, è da credere non fosse per altro, se non perchè il Grandi, che doveva aver letto questo dialogismo fra le carte ricevute dal Panzanini, non lo esibì all'amico editore, qualunque poi ne fosse il motivo „ (3).

Ora l'aver voluto il Caverni entrare in tutti questi particolari fornisce l'argomento più efficace per scalzare dalle fondamenta l'asserzione sua circa l'origine delle carte delle quali afferma essersi servito e conduce a dimostrare che non hanno mai esistito. Il carteggio del Panzanini e del Buonaventuri col P. Grandi, come abbiamo avuta occasione di avvertire, è giunto infino a noi (4), ed esso mette in piena e sicura evidenza che le sole

(1) Tomo VI, pag. 371.

(2) *Le opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, ecc. Vol. VIII, pag. 325.

(3) Tomo VI, pag. 375.

(4) Biblioteca Universitaria di Pisa. Lettere al P. Grandi, Vol. 4. Carteggio del Buonaventuri (Lettere n. 83); Vol. 13°. Carteggio del Panzanini (Lettere n. 16). — Dovranno vedersi anche le lettere di Benedetto Bresciani che in numero di 58 trovansi nel Vol. 3.

Digitized by Google

carte, oltre al frammento genuino sulla percossa consegnate dapprima dal Panzanini al Buonaventuri perchè le ricopiasse e le trasmettesse poi al Grandi, ma delle quali la trascrizione andando un po' troppo per le lunghe, egli si decise poi a mandarle in originale al Grandi stesso, risguardano i ben noti fascetti di manoscritti autenticati dal Principe Leopoldo de' Medici sotto il dì 2 marzo 1667 Ab Inc., e nei quali era il trattato del Viviani concernente la resistenza dei solidi, che diede luogo alle storiche controversie col Marchetti, trascinatesi fino alla successiva generazione: trattato che, con notevoli aggiunte, diede alla luce il Grandi appunto nella prima edizione fiorentina delle opere di Galileo (1). Ma tutte queste scritture furono poi restituite al Panzanini e figurano tra i manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze.

Quanto poi a ciò che, secondo il Caverni, avrebbe fatto il Viviani se fosse toccato a lui di pubblicare il cosiddetto dialogo della forza della percossa, noi ci permettiamo d'essere d'un parere affatto diverso. Ammesso pure per un momento che le cose fossero come vuol farle credere il Caverni, teniamo fermamente che mai il Viviani, per quanto sicuro di interpretare il pensiero del Maestro, si sarebbe permesso di sostituire a quelle di lui le sue proprie parole; e questa nostra presunzione trova sicuro fondamento nelle scrupolose cure da lui adoperate nel dare alla luce il principio della Giornata quinta, dove volle persino tenere distinte quelle parole nelle quali sospettò qualche cosa fosse dovuto alla penna del Torricelli.

Ed invero, quando si tratti delle manifestazioni del pensiero di un Galileo, nessuna cura dovrà stimarsi superflua per garantirne la perfetta autenticità. Sicchè, pur prescindendo dalle ragioni intrinseche che n'abbiamo addotte, crediamo che la mancanza della esatta indicazione delle fonti, mentre in generale le

(1) *Trattato delle resistenze principiato da Vincenzio Viviani per illustrar l'opera del Galileo, ed ora compiuto e riordinato colla giunta di quelle dimostrazioni che vi mancavano* dal P. Guido Grandi Abate Camaldolese, Matematico di S. A. R. e dello Studio di Pisa. (*Opere* di Galileo Galilei, ecc. Nuova Edizione coll'aggiunta di vari trattati dell'istesso autore non più dati alle stampe. Tomo terzo. In Firenze, MDCCCXVIII. Nella stamp. di S. A. R. per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi, pag. 193-305.

Digitized by Google

citazioni sono così studiatamente minute, legittimi nei più il dubbio, in molti il sospetto ed in alcuni la certezza che queste moltiplicate scoperte di dialoghi Galileiani non rappresentino altro che una soperchieria letteraria, la quale deve consigliare tanto maggiori cautele nell'usare delle conclusioni di quest'opera, che, come è pur d'uopo riconoscere, è sotto altri aspetti così ricca di pregi e tanto degna di studio.

La correspondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son époque

par le

Dr. J. H. GRAF, *Professeur à l' Universié de Berne*

(Cont. v. p. 14)

III.

Corrispondance entre Luigi Cremona et Ludwig Schäfli 1867-1887

Luigi Cremona (n. 7. XII. 1830 à Pavie, m. 10. VI. 1903 à Rome). Professeur de géométrie supérieure 1860 à l' Université de Bologne, 1867 à l' Istituto tecnico superiore de Milan, 1873 à l' Université de Rome et en même temps directeur de la R. Scuola di applicazione degli Ingegneri, senateur du Royaume, plusieurs fois membre du Conseil supérieur de l' Instruction publique, membre de presque toutes les grandes académies et sociétés savantes italiennes et étrangères.

Je suis en possesion des originaux des lettres qui suivent de Cremona à Schäfli et d' un brouillon de response de ce dernier.

N.° I.

Milano, 8 aprile 1867.

Illustre Signore ed amico,

Io ho bisogno di molta indulgenza per farmi perdonare il ritardo col quale le accuso ricevimento della graditissima sua

Digitized by Google

lettera 26 marzo e delle sue memorie, destinate per gli *Annali*.

Anche a nome del mio collega Brioschi, La ringrazio vivissimamente dell'invio delle sue memorie, tutte di argomento assai interessante, e che noi inseriremo completamente e prontamente, parte nel 1° fascicolo e parte nel 4°. Il 1° fascicolo è in corso di stampa; il 4° succederà senza intervallo. Le siamo anche molto tenuti dalla squisita cortesia ch'Ella ha avuto di scrivere in lingua italiana, e Le facciamo i nostri sinceri complimenti per la sua felice riuscita nell'uso della nostra lingua: L'assicuro che noi avremo ben poche frasi a modificare. Terremo conto anche delle *osservazioni aggiunte*, per collocare le opportune citazioni a loro posto.

Del resto, quando non Le riuscisse comodo di scrivere qualche altro lavoro in italiano, non esiti punto a mandarcelo anche in tedesco. In particolare, ci sarà assai gradito l'invio del suo lavoro " über den Riemannschen Begriff der $(2p+1)$ — fachen Zusammenhangs „ che noi inseriremo negli *Annali* del pari prontamente. Lo faremo tradurre in italiano dal nostro distinto amico, il prof. Casorati, il quale si è molto occupato delle cose di Riemann, e sta anche pubblicando un libro sull'argomento. Dalla traduzione Ella vedrà quali sono i vocaboli italiani che corrispondono a *Zusammenhang*, *Verzweigungspunct* ecc.

Del resto, sì per i lavori già spediti, come per quelli che ci favorirà in seguito, noi Le manderemo le prove di stampa, affinchè Ella possa farvi le oppostune correzioni e modificazioni, prima della stampa definitiva.

M'interessa assai ciò ch'Ella mi dice d'aver stampato " und unter die Erde vergraben „ negli Atti della Società di Berna " über ein rämuliches System von Geraden im Allgemeinen u. s. w. „; se Ella avesse un esemplare da favorirmi di questo e di simili lavori dimenticati, probabilmente io avrei occasione di tenerne parola e di stabilire il suo diritto di priorità.

È assai curioso l'aneddoto ch'Ella ha la bontà di raccontarmi su Steiner, a proposito della ipocicloide tricuspide. Pare ch'egli fosse un uomo assai singolare. Questo mi diceva anche il prof. Chelini, che già ebbe occasione di conoscere in Roma Steiner, del pari che Lei, Jacobi, Dirichlet e Borchardt. Appena io ne avrò il tempo, voglio occuparmi della questione ch'Ella mi propone sulla forma $z = p\chi + \tau\gamma$, dove $z = 0$ passa pei punti $\chi = 0$ $\gamma = 0$. È una questione d'importanza capitale per

Digitized by Google

la teoria delle curve e delle superficie. Ma dubito assai di poterci riuscire io, se la questione ha presentato tanta difficoltà ad un matematico così forte come V. S.

Io debbo anche ringraziarLa molto del dono dell'interessante sua memoria " Erweiterung des Satzes dass zwei polare Dreieche u. s. w. ". Non posseggo la memoria " Reduction d'une intégrale définie " e sarei ben felice di riceverla. E se potrà mandarmene anche un altro esemplare (poichè Ella offre di farlo), io potrò darla al prof. Casorati, che pure la gradirà moltissimo.

Coi sensi di profonda stima e viva gratitudine, io sono, signor Professore,

Suo devotissimo

L. CREMONA.

N.° II.

Milano, 9 agosto 1869.
Via Solferino, 12.

Chiarissimo Amico,

Ricevo con grandissimo piacere la sua lettera e rispondo senza indugio. Io sono ritornato da due giorni in Milano, dopo un assenza di quasi due mesi, e resterò quà sino alla fine del mese corrente. Brioschi è in Milano (via della Spiga, N.° 21, ovvero piazza Cavour N.° 4) sino a sabato 13 corrente, allora andrà a passare due settimane a Regoledo sul lago di Como, e il 1° di settembre verrà a Firenze. Tardy è a Samaden in Svizzera. Beltrami potrebbe essere a Bologna; ma forse ne è già partito per recarsi a Venezia, dove passa le vacanze: s'Ella ci andasse potrà trovarlo, chiedendone notizia al Sig. Nicolò Barozzi Presidente o Segretario dell'Ateneo Veneto. Casorati giovedì prossimo si recherà a Gravedona (Palazzo del Pero), sul lago di Como, dove io lo raggiungerò ai primi di settembre o agli ultimi del mese corrente.

Io sono felicissimo ch'Ella si trovi così vicino a noi; e sono certo che fra pochi giorni avrò il bene e l'onore di fare la Sua personale conoscenza. S'Ella venisse quà prima di sabato, troverebbe anche Brioschi.

Quanto al Suo lavoro sopra un'equazione numerica di 5° grado, tutto ciò ch'esce dalla sua penna onora gli *Annali*. Del

Digitized by Google

resto Ella potrebbe darne comunicazione a Brioschi o direttamente o per mezzo mio.

L'Editore degli *Annali* è attualmente Giuseppe Bernardoni, tipografo, via del Broletto, 32 — Milano.

Desiderando di poterLa vedere quanto prima Le anticipo i miei saluti e quelli di Brioschi e Casorati.

Suo dev.mo CREMONA.

N.° III.

Milano, 3 settembre.

Chiarissimo collega ed amico

Non so dirLe quanto mi sia dispiaciuto di non averLa potuta vedere quand'Ella fu a Milano! Chi sa quando mi si offrirà di nuovo una si favorevole occasione! Casorati mi ha scritto che ha avuto il bene d'averLa un po con sè a Gravedona: io andrò colà domani: finora ne fui impedito dalla mia salute incerta. Anche Beltrami sperava una sua visita a Venezia.

Mia moglie mi ha consegnato il suo piccolo manoscritto sull'equazione di 5° grado. Lo farò inserire nel fascicolo 2° (tomo 3°), la cui stampa si comincerà presto.

Voglia gradire una mia recentissima imagine fotografica e credermi sempre

Suo dev.mo

L. CREMONA.

N.° IV.

Paderno d'Adda, 24 agosto 1871.

Chiarissimo signor Professore,

La sua pregiata lettera del 21 mi è stata rimessa soltanto oggi giacchè la posta qui arriva con grande ritardo. La notizia ch'Ella mi farà una visita in Paderno mi riempie di gioja. Qui io ho una camera a sua disposizione, cosi che spero ch'Ella vorrà fermarsi qualche giorno con noi.

La via più breve è certamente quella di Lecco; donde colla vettura che fa servizio postale Ella potrà venire a Carsaniga; da Carsaniga a Paderno è una passeggiata di 40 minuti. La via percorsa dalla vettura è assai bella e corre in mezzo ad un territorio amenissimo. Ma se Ella volesse fare un viaggio ancor più bello, ma meno rapido, potrebbe da Bellaggio entrare nella

Digitized by Google

Valle Assina che si trova fra le due braccia del lago di Como-Lecco; e per la Valle Assina entrare nella Brianza che è uno de' pezzi più belli d'Italia. Da Erba o da Pusiano partono molte vie diverse, che corrono per la Brianza in tutt'i sensi, e delle quali io ho segnato una nella carta qui tracciata (1). Una di tali vie La condurrebbe a Paderno. Se Ella potesse avvisarmi del tempo e della direzione del suo arrivo, io verrei a incontrarLa. Comunque sia, io Lo attendo col più vivo desiderio.

Badi che il prof. Casorati non è a Gravedona, ma a Intra sul lago Maggiore.

Gradisca i sensi della più sincera stima.

Suo devotissimo

L. Cremona.

Mille grazie delle sue memorie che ho ricevuto per la posta.

N.° V.

Paderno d'Adda, 28 agosto 1871.

Chiarissimo Sig. Professore.

Ricevo in questo momento le sue lettere del 26 da Lugano e del 27 da Bellaggio. Mi rincresce assai del suo male al piede; ed anche che non mi sia possibile di venire sino a Pusiano. Soltanto io verrei ad incontrarla a Carsaniga, quando conoscessi il tempo del suo arrivo. Pel suo male al piede e pel caldo eccessivo, mi parrebbe più prudente ch'Ella approfitasse delle corriere postali o vetture che da Erba e Pusiano vanno a Lecco, e di quelle che da Lecco vanno a Carsaniga. Nel caso ch'Ella arrivasse solo in Paderno, la mia abitazione è nella *Contrada Maggiore*, al N° 16.

Col più vivo desiderio di vaderLa presto e stare con Lei qualche tempo, mi dico

tutto suo

L. Cremona.

P. S. Ieri ho ricevuto anche la sua lettera del 19, venutami dalle parti di Milano. Tante grazie delle memorie destinate per gli Annali.

(1) La revers de la lettre contient une carte des chemins par la Brianza è Padernoz, dessinée par L. Cremona.

Digitized by Google

N°. VI.

Paderno d'Adda, 14 settembre 1872.

Illustre e caro amico,

La sua lettera da Gravedona mi ha cagionato grandissimo piacere. Ciò ch'Ella mi dice del Sig. Affolter è più che sufficiente a farmi desidere la personale conoscenza e la compagnia di lui. Sebbene io non abbia letti i lavori di lui, nè possa leggerli ora, perchè non ho presso di me il giornale di Clebsch e Neumann, tuttavia il nome non mi è sconosciuto: anche per averne udito parlare da un compaesano di lui medesimo, dal sig. Giuseppe Adler, maestro di lingue straniere in Milano. Del resto, basta ch'egli sia raccomandato da Lei, per essere il benvenuto presso di me.

Soltanto mi duole che, all'infuori de' discorsi famigliari, l'opera mia, almeno per l'anno 1873, non gli potrò essere utile negli studi di geometria pura. Io mi troverò nelle circostanze in cui s'è trovato il mio amico Casorati negli ultimi due anni; cioè di dover trascurare gli studi speculativi di matematica pura, per occuparmi di cose tecniche, in servigio dell'insegnamento obbligatorio che dò nell'Istituto Superiore. Volendo adunque consacrarmi alla redazione di un corso di statica grafica, sia da litografarsi, sia anche da stamparsi, io conterei non dare, almeno pel prossimo anno, alcuna lezione di geometria pura. Al sig. Affolter potranno le lezioni del prof. Casorati essere sufficiente cagione per attirarlo in Milano; ma, in ogni caso, sarà bene ch'Ella gli dia comunicazione di ciò ch'io ho esposto sopra, e che il mio amico, presso il quale Ella si trova, potrà anche più estesamente esplicare.

Il teorema ch'Ella mi comunica, potersi tagliare un pezzo chiuso da una (e da una sola) delle specie di superficie cubiche generali da Lei stabilite è per me cagione di grande meraviglia; pur troppo io non so imaginare com'Ella abbia potuto giungere a sì curioso risultato, sopratutto per via geometrica. Faccio voti ch'Ella ne pubblichi presto la dimostrazione, e se a tale uopo potessero servirLe gli *Annali* nostri, io li pongo a disposizione di Lei. Allora spererei di capire ciò che non ho inteso nella sua lettera, cioè il significato dei *Zusammenhangzahlen.*

Il sig. Becker mi aveva scritto (nel luglio, se non erro, o in principio d'agosto) mandandomi una breve memoria in tedesco (destinata a combattere Lei e a mostrare ch'Ella non aveva

Digitized by Google

letto o capito il sig. B.), memoria ch'io avrei dovuto tradurre in italiano e inserire negli *Annali*. Io rimandai all'A. il suo manoscritto, dicendogli 1° che non potevo inserire negli *Annali* uno scritto di polemica diretto contro altro scritto non pubblicato negli *Annali*; 2° che con potevo nemmeno inserire la sua risposta nei *Rendiconti* dell'Istituto, perchè le sedute di questo erano finite; 3° che negli *Annali* non si accettano lavori prettamente filosofici, com'era la risposta del sig. Becker.

Quando a Lei piacerà di mandarmi sia una correzione, sia un'aggiunta alla sua Nota, io le darò pubblicità al più presto possibile. Le sarò poi grato se mi manderà una copia del lavoro che si propone di pubblicare in un periodico filosofico tedesco.

Io invidio al mio amico Casorati la fortuna d'averLa ospite, e sarei ben contento se potessi fare una corsa costà.

Farò il 23 una gita a Como, insieme colla mia famiglia e con altri amici; voglia darne parte a Casorati, nel caso che anch'egli ci si trovasse. Se Ella si avvicinerà a Milano, spero che non vorrà tralasciare una visita a Paderno, dove sarà sempre accolto con vivo piacere. Mia moglie e mio figlio Le rendono affettuosi saluti. Ella mi rammenti all'ottimo Casorati, del quale non ho più avuto notizie, dopo che l'ebbi veduto l'ultima volta in Milano, e mi creda inalterabilmente

suo affezionatissimo L. Cremona.

Funzioni permutabili

Vito Volterra. *The Theory of Permutable Functions.* Princeton University Prios 1915 16° p. 66.

Questo volumetto contiene tre lezioni tenute dal prof. Volterra presso l'Università di Princeton nell'Ottobre 1912 per la fondazione Luis Clark Vanuxem. Già abbiamo riferito in questo periodico (T. XVI, p. 117-124) delle lezioni che, poco innanzi a queste, il Volterra tenne alla Sorbona sul più esteso argomento delle funzioni di linee. Le presenti lezioni trattano della teoria delle funzioni permutabili e delle sue relazioni colla teoria delle equazioni integrali con metodi e risultati essenzialmente diversi da quelli esposti nelle lezioni ora citate nei Capitoli IX, X, XI, XII e XIII. Rinviamo quindi a quanto si disse nella recensione di quel volume e specialmente alle pag. 129-131.

Eugenio Elia Levi.

Digitized by Google

Matematiche generali.

L. Zoretti, *Leçons de mathématiques générales, avec une Préface de* P. Appell. Paris, Gauthier, Villars 1914, 8.° p. XVI + 753 [prezzo del vol. leg. fr. 20].

Il corso di " matematiche generali „ in Francia è analoga quello di " matematiche per i chimici ed i naturalisti „ da qualche hanno introdotto nelle nostre Università; basti ciò a provare come l'opera che annunciamo può e deve interessare una vasta classe di professori e studenti italiani. Però il piano su cui essa fu concepita è assai più vasta di quello che deve avere forzatamente un corso annuale, onde quell'opera potrà anche servire di *mademecum* per tutti coloro che, senz'essere matematici di professione, dovranno nel corso della loro esistenza applicare i metodi propri della geometria e dell'analisi.

Oltre alla prefazione dell'autore, l'opera del Zoretti ne contiene una dell'Appel, così lusinghiera per l'autore e così istruttivo pei lettori di costituire la migliore recensione dell'opera stessa, onde noi saremmo tentati di cedere la parola all'illustre decano delle Facoltà di Scienze dell'Università di Parigi. Ma poichè lo spazio non ci consente di far ciò, ci limitiamo a dichiarare che l'esame da voi fatto del volume in questione ci ha persuasi che le lodi tributategli non sono esegerate ed a riferire l'indice delle materie trattate:

Parte I: *Geometria e Geometria analitica.* — 1. Le grandezze aventi una direzione. 2. Le coordinate. 3. Studio di retta e del piano. 4. Teoria dei vettori. 5. Il cerchio e la sfera. 6. Le coniche. 7. Le quadriche. 8. Curve e superficie di uso comune.

Parte II: *Algebra. Teoria delle funzioni. Derivata ed applicazioni.* — 1. Complementi di calcolo algebrico. I numeri complessi. Il teorema del biennio. I determinanti. 2. Gli infinitesimi e gli infiniti. 3. Le serie. 4. Nozione di funzione. Funzioni usuali. 5. Calcolo delle derivate. 6. Variazione delle funzioni. Costruzione delle curve. 7. Sviluppi in serie. 8. Applicazione delle derivare allo studio delle curve. 9. Applicazione delle derivate allo studio delle superficie. 10. Studio geometrico ed analitico del movimento. 11. Risoluzione delle equazioni. 12. Calcoli numerici e grafici.

Parte III: *Calcolo integrali con applicazioni.* — 1. Nozione d'integrale. 2. Metodi generali d'integrazione. 3. Generalizzazioni

Digitized by Google

della nozioni d'integrale. 4. Le funzioni ellittiche. 5. La serie di Fourier. 6. Applicazioni geometriche. 7. Applicazioni meccaniche. 8. Calcolo pratico d'integrali. 9. Le equazioni differenziali. 10. Applicazioni delle equazioni differenziali. 11. Le equazioni o derivate parziali. G. L.

L. Zoretti, *Exercises numériques et graphiques de mathématiques sur les Leçons de mathématiques générales de meme auteur*, Paris, Gauthier-Villars, 1914, 8° p. XV + 125.

Questo volume, complemento naturale di quello superiormente analizzato, va notato per lo spirito innovatore che lo informa e per lo scopo che si propone di sostituire agli esercizi artificiosi o complicati, che si sogliono proporre in Francia ai pubblici esami, altri che esigono minore inventiva, ma che sono da svolgere in tutti i loro più minuti particolari numerici e grafici. Esso va segnalato anche agli insegnanti delle nostre scuole, chè l'opportunità di avvicinare alla realtà l'insegnamento della matematica è riconosciuto in Italia come ormai da tutti i popoli civili. I temi su cui vertono le questioni trattate sono assai svariati e risultano del seguente indice:

I. Geometria elementare: revisione delle teorie classiche. II. Geometria elementare: coniche. III. Funzione lineare. Moto uniforme IV. Trinomio di 2° grado. Funzione omografica. V. Le funzioni circòlari. VI. Triangolazione topografica. VII. Calcoli approssimati. Procedimenti empirici. VIII. Grafica. Derivazione grafica. IX. Calcoli eseguiti mediante serie. X. Soluzione delle equazioni. XI. Studio di certe curve. Curvatura. XII. Funzione esponenziale. Logaritmi. XIII. Integrazione grafica. Valor medio. XIV. Integrali curvilinei, doppi, tripli, ecc. Applicazioni. XV. Equazioni differenziali. XVI. Vettori. XVII. Superficie. XVIII. Varie scale. Punti allineati. Abachi. G. L.

Analisi algebrica.

Michele Cipolla. *Analisi algebrica ed introduzione al Calcolo infinitesimale.* (Palermo, Libreria scientifica D. Capozzi, 1914; pag. XXIV + 420; prezzo L. 20).

Il caso di Analisi algebrica, che qui presentiamo al lettore, è il primo che sia stato dato alle stampe in Italia, dopo che recenti provvedimenti di legislazione scolastica hanno reso ne-

Digitized by Google

cessario un profondo rimaneggiamento del programma di algebra nel primo biennio delle nostre facoltà matematiche; cosicchè in esso appariscono alcuni capitoli che prima si consideravano come di stretta pertinenza del Calcolo Infinitesimale. Giova, per altro, dichiarar subito che la finezza del gusto matematico dell'Autore l'ha salvato dal pericolo di fare opera ibrida e inorganica; chè, anzi, come vedremo, egli ha saputo trar profitto delle nuove circostanze per due ad alcuni capitoli dell'algebra una estensione notevole ed interessante.

*
* *

Premessi, a guisa di introduzione, alcuni brevi cenni di logica, la parte strettamente matematica del volume incomincia con l'esposizione dei fondamenti nell'aritmetica, riprendendo *ab initia* le nozioni di numero naturale, assoluto o relativo, e di numero razionale, assoluto o relativo.

Grazie al lodevole intento di non valersi mai di definizioni per astrazione, la via seguita dal nostro Autore presenta intimi punti di contatto con quella classica del Russell, ma non coincide con essa. Per es., definire il numero naturale il Russell parte dalla relazione di identità, mentre il prof. Cipolla parte da una relazione simmetrica transitiva, affatto arbitraria. Di più il numero naturale definito dal Russel è, dal punto di vista del prof. Cipolla, *un esempio* di numero naturale *concreto*, non ciò che egli chiama numero naturale *estratto*.

L'essersi allontanato dal Russelle ha permesso al nostro Autore di porre in chiarissima luce l'ufficio essenziale che ha nella matematica il postulato dell'infinito: inoltre con l'introduzione dei numeri astratti egli riesce a restituire al concetto di numero il carattere di *unicità*, negato da chi, ad esempio, distingue l'unità naturale dall'unità positiva.

Ma su questo punto non sapremmo convenire interamente col prof. Cipolla.

In primo luogo la relazione di isomorfismo aritmetico, che è suo merito aver introdotta e lumeggiata da parecchi anni fa, ha per dominio *classi* di numeri e *non* numeri, cosicchè non ci sembra che si possa parlare di astratto di un numero rispetto ad essa; e in secondo luogo, poichè a questa obbiezione si può sempre facilmente ovviare, ci sembra che, comunque si proceda,

Digitized by Google

l' identificazione, per esempio, dell' unità naturale (astratta) con l'unità positiva (astratta) non può raggiungersi se non spogliando quest'ultima di una sua caratteristica essenziale; e cioè con uno sforzo non consigliabile e non vantaggioso.

Notevoli sono i tre capitoli dedicati al calcolo combinatorio, ai determinanti e alle forme algebriche, nei quali si trovano molte più cose di quel che codesti titoli farebbero supporre. La nozione di operazione uniforma viene posta in tutta la sua generalità e viene sfruttata da vari punti di vista. Se ne trae il calcolo delle differenze e la nozione di gruppo; e tra i gruppi finiti si considerano, con la discrezione imposta dall' economia del trattato, i gruppi di sostituzione. Nella teoria dei determinanti si fa posto, per la prima volta in un trattato d' algebra, a teoremi ormai classici, dovuti all'Hadamard, ma dimostratti con metodo originale ed estremamente semplice; il determinante di Vandermonde viene utilizzato per la dimostrazione del principio di entità fra i polinomi; e nella teoria delle sostituzioni lineari una ricerca classica del Cayley è esposta con eleganza nuova che ne accresce la bellezza e l'interesse. Valendosi di una sua recente pubblicazione, l' Autore avrebbe potuto dare a questa ricerca uno sviluppo completo; ma se si è trattenuto dall'andare a fondo, non ha mancato di enunciare con precisione i teoremi dimostrati, tenendo conto di una osservazione fatta per la prima volta dal Kronecker.

Coi capitoli 5°, e 6° e 7° si pone la definizione di numero reale, percorrendo una via che era stata già indicata dall'Autore in una pubblicazione anteriore e che si è diffusa anche nell'insegnamento secondario; si sviluppano le proprietà fondamentali degli insiemi di numeri; si svolge la teoria dei limiti delle successioni e si studiano le serie numeriche. Il tutto con grande precisione e ricchezza di particolari.

I due capitoli successivi iniziano la vera e propria introduzione al Calcolo infinitesimale con i teoremi fondamentali sulle funzioni continue, con i teoremi classici per il calcolo delle derivate e con la proprietà fondamentali delle funzioni derivabili (teorema di Rolle, Lagrange, Canchg e L'Hospital); e in essi, fu la teoria dei limiti delle funzioni si segue un metodo, dovuto ancora all'Autore, e veramente degno di considerazione.

Come è noto, la teoria classica dei limiti considera a parte il caso del limite di una successione da quello del limite di una

Digitized by Google

funzione; ma di qualche tempo si è manifestato in parecchi analisti il desiderio di riattaccare il secondo al primo. Taluno perviene a fondere le due trattazioni in una sola, facendola discendere da quella dei limiti delle classi ordinate in generale; ma la funzione dà luogo a qualche oscurità e qua e là appare sforzata. Qualche altro, con l'uso di un postulato che è caso particolare del celebre e discusso postulato di Zermelo, aveva ottenuto risultati migliori; e, sopra tutti, il prof. Bagnera dell'Università di Palermo, che a questo modo ha dato a tutta la teoria una rapidità estremamente semplice ed elegante.

Ebbene, il prof. Cipolla, con l'introduzione delle successioni di insiemi e della nozione di limite di una tal successione, ha serbato a quest'ultimo metodo tutto il suo alto valore suggestivo, liberandolo da qualsiasi ricorso al postulato delle infinite scelte. E l'idea sembra feconda, ove si pensi che essa è stata estesa ed abilmente utilizzata, per lo scopo analogo, in recenti lavori sul calcolo delle variazioni.

I capitoli 10mo e 11mo sono dedicati alle serie di potenze e agli zeri di una funzione. Nel primo si danno i teoremi fondamentali sulle serie di potenze, compresi quelli di Hadamard-Canchy sul vero intervallo di convergenza di una serie di potenze e quello di Abel sulla convergenza uniforma di una serie di potenze; si studiano gli sviluppi in serie di Taylor e di Maclaurin; si dimostra il principio di identità delle serie di potenze e si svolge una teoria puramente analitica delle funzioni circolari dirette ed inverse.

Nel secondo si studiano gli zeri delle funzioni che l'Autore chiama *Tayloriane.*

Egli dice che una funzione (reale) della variabile (reale) x è tayloriana in un intervallo *(ab)* se in tutti i punti dell'intervallo ammette derivate di ordine elevato quanto si vuole e se in nessun punto dell'intervallo si annulla insieme con tutte le sue derivate. In questo modo parecchie questioni che, ordinariamente vengono esaminate solo per le funzioni razionali intere vengono risolute qui, per classi di funzioni molto più generali; così, ad esempio, il teorema di Budan-Iarier viene stabilito per tutte le funzioni tayloriane, e il teorema di Carterio per ogni funzione toyloriana sviluppabile in serie di potenze e i cui coefficenti da un certo punto in poi siano tutti dello stesso segno.

Ove si osservi che la classe delle funzioni tayloriane è più ampia di quella delle funzioni analitiche, non si potrà discono-

Digitized by Google

scere l'importanza scientifica di questo capitolo, che, come dicevamo più sopra, utilizza le nozioni di calcoli infitesimale per dare, senza sforzo, alla teoria della separazione delle radici e della risoluzione approssimata delle operazioni equazioni numeriche una estenzione veramente notevole.

Con i sette capitoli, che seguono e che chiudono il volume si sitorna alle considerazioni algebriche, introducendo i numeri complessi, dimostrando il teorema fondamentale dell' algebra, risolvendo il problema della decomposizione di una funzione razionale fatta in frazioni semplici, completando la teoria delle sostituzioni lineari e delle forme quadratiche in quelle parti che richiendo l'uso del teorema fondamentale non potevano esser considerate nei capitoli precedenti; svolgendo la teoria delle funzioni simmetriche e dei risultanti; risolvendo con i metodi ordinari, e poi col geniale metodo di Lagrange, le equazioni di 3° e 4° grado e giungendo infine, per la via segnata da Abel, alla dimostrazione del famoso teorema di Ruffini. Con che egli ha pure il modo di chiarire a fondo le quistioni suscitate dal così detto caso irriducibile dell'equazione cubica e di mostrare la irresolubilità nel campo euclideo delle equazioni a cui diamo luogo i problemi classici della dublicazione del cubo e della trisezione dell'angolo.

*
* *

Non vogliamo finire questa rapida rassegna del contenuto del bel volume del prof. Cipolla senza osservare che essa non può dare se non una pallida idea della sua importanza e della sua alta bellezza. È un libro di scienza e di arte: e come tutte le cose di arte deve esser considerato con amorevole attenzione perchè riveli i suoi pregi nascosti. È un libro, diremmo quasi, da buon gustai.

Una recensione, che deve esser contenuta in limiti fissati da ragioni di spazio e dalla consuetudine, non può far osservare i piccoli cambiamenti di nomenclatura che rivelano una grande finezza di acume, non può richiamare l'attenzione su questa o quella dimostrazione sostanzialmente non nuova, ma nuova per la luce diversa e migliora che ad essa vien data; non può fermarsi su considerazioni di *stile*. Ora, e in questo risiede per noi la maggior lode che possa farsi a un trattatista, lo *stile* del prof.

Digitized by Google

Cipolla è di un'alta e severa eleganza. La precisione più scrupolosa vien raggiunta senza pedanterie e senza sforzi: il rigore più stretto non offusca mai la chiarezza, che in tutta l'opera è cristallina. È un'eleganza dalle linee, forse, un po rigide; ma risponde, certo, a un gusto matematico aristocratico ed elevato.

G. Scorza

Matematica pei Licei moderni.

Ugo Amaldi e Federigo Enriques, *Nozioni di Matematica ad uso dei Licei moderni.* Vol. II. N. Zanichelli Bologna (senza data). (Prezzo L. 4,50).

Proseguendo nel lodevole intento di dare ai recenti programmi uno sviluppo completo ed organico, — non limitato a quei soli argomenti che presentano qualche novità, — gli A.A. ci offrono ora il secondo ed ultimo volume delle loro "Nozioni„, da servire per la terza liceale. Dirò subito che la nuova parte ha sull'altra il vantaggio di una maggiore coesione, che le proviene dal potersi nel suo insieme considerare come lo studio elementare delle più semplici funzioni di una variabile, laddove doveva la prima (V. questo *Bollettino*, Anno XVII, p. 99), per necessità di programma, contenere disparati argomenti di algebra e di geometria, e di parecchi fra questi dare anche parallelamente sviluppi diversi.

Oltre a ciò, il vantaggio teorico di poter collegare teorie apparentemente lontane si accoppia con quello pratico di comprendere agevolmente in un solo libro di testo (con sei capitoli, una raccolta di esercizi e alcune tavole logaritmiche e trigonometriche) quelle nozioni d'algebra e di trigonometria che vediamo solitamente relegate in volumi diversi.

I). *Potenze ad esponente qualsiasi.* – Le definizioni di potenza con esponente nullo, con esponente intero negativo e con esponente frazionario a base positiva danno luogo alle solite verifiche di conservazione delle leggi formali, in gran parte opportunamente lasciate alla diligenza dell'alunno. Viene poi studiata la variazione della potenza ad esponente razionale al variare della base o dell'esponente, ciò che conduce a introdurre il concetto di limite in alcuni casi speciali, e a rilevare la continuità della potenza rispetto all'esponente; è infine definita la potenza ad esponente irrazionale, mediante la considerazione di una coppia di successioni convergenti.

Digitized by Google

II). *Funzioni esponenziali e logaritmi.* — L'esistenza e l'unicità del logaritmo (rispetto ad una base > 0 e $\neq 1$) sono dedotte dall'esame del comportamento della funzione esponenziale $y = a^x$ $(a > 0)$; fanno seguito le proprietà generali dei logaritmi; e l'osservazione che al variare della base i logaritmi variano tutti nello stesso rapporto, dà motivo a considerare quelli decimali e a rappresentare graficamente la relativa curva logaritmica. Alle norme per l'uso delle tavole sono dedicate circa dieci pagine, le quali sembrerebbero un po' troppe se non contenessero anche lo studio delle particolari proprietà dei logaritmi decimali. Mi si consenta tuttavia di esprimere un dubbio circa la convenienza di riunire considerazioni puramente teoriche con regole pratiche; ad ogni modo, sulla scorta del libro, sarebbe facile ristabilire l'ordine tradizionale, preponendo a quelle norme l'osservazione relativa al conservarsi della mantissa per moltiplicazione con una potenza dal 10, quella che riduce i logaritmi negativi ad avere la mantissa positiva, e se si vuole anche quella intuitiva che giustifica l'uso delle parti proporzionali. Il paragrafo relativo ai calcoli logaritmici è ben fatto; e altrettanto si dica dell'opportuno e chiarissimo cenno sul regolo calcolatore.

III). *Le funzioni circolari o trigonometriche* fanno seguito, nel piano dell'opera, alle funzioni esponenziale e logaritmica. Definite, per riferimento alla circonferenza trigonometrica, le prime quattro funzioni circolari, viene di queste studiata e rappresentata graficamente la variazione: la tangente e la cotangente riconducono al concetto di tendenza ad un limite; le formule per l'addizione degli archi sono stabilite utilizzando le relazioni fra elementi di un triangolo rettangolo, precedentemente segnalate. Finalmente sono accennati i principi sui quali riposa la costruzione delle tavole trigonometriche, ed è di queste insegnato l'uso, con grande cura e con molta chiarezza. — Relativamente a questo capitolo merita, credo, piena approvazione l'aver voluto risparmiare allo studente un inutile ingombro di formule, escludendo provvisoriamente dalla famiglia delle funzioni circolari la secante e la cosecante; non mi piace invece vedere che le relazioni per archi complementari, supplementari etc. sono via via intercalate allo studio della variazione delle singole funzioni, perchè il raggrupparle avrebbe forse giovato alla concisione e agevolato il loro ricordo. — Debbo anche osservare (e ne ho particolare motivo vedendo che il primo volume si inizia con

Digitized by Google

un'accurata e ragionevole distinzione fra le notazioni dei segmenti e quelle delle loro misure) che a pag. 68, e similmente altrove, si trova questa scrittura:

$$\frac{ON}{OM} = \frac{ON}{1} = \cos a\,;$$

ora qui: o si ricorda che OM è il segmento unitario e allora si deve scrivere semplicemente $\frac{ON}{OM} = \cos a$; oppure bisogna ricordare che il rapporto di due segmenti è uguale a quello delle loro misure (vol. primo, p. 20) e allora andrà scritto:

$$\frac{ON}{OM} = \frac{\text{misura di } ON}{1} = \cos a\,.$$

Che la distinzione sia opportuna è implicitamente confermato a pag. 77, dove essendo scritto

$$\overline{HC}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1\,,$$

mi piace d'interpretare la linea sovrapposta ad HC non come equivalente ad una parentesi che non sarebbe necessaria, ma come segno di *misura*. — Mi sono un po' indugiato in questo rilievo, che non si riferisce particolarmente al libro esaminato, ma piuttosto ad una abitudine molto diffusa.

IV). *Trigonometria.* — La prima metà del capitolo ha per oggetto la risoluzione dei triangoli, ed è degna di nota per le accurate discussioni e per le opportune verifiche che completano i singoli problemi esaminati.

Non consento invece nella convenienza di rimandare la ricerca di alcune relazioni fra gli elementi di un triangolo fino a quando se ne presenta la necessità per la risoluzione di problemi fondamentali; e mi pare che la cosidetta analogia di Neper e le espressioni di seno, coseno e tangente di metà di ciascun angolo in funzione dei lati potevano benissimo trovar posto immediatamente dopo il teorema dei seni, quello di proiezione e quello di Carnot, avendo praticamente la medesima importanza di questi. È una semplice trasposizione che verrebbe tanto più a proposito se, assecondando un giusto desiderio dagli AA. aspresso nella prefazione, si volessero, in alcuni casi, sostituire certi problemi pratici alla risoluzione teorica dei triangoli.

Digitized by Google

L' altra metà del capitolo è appunto interamente dedicata alle applicazioni della Trigonometria e contiene, con uno sviluppo inconsueto ai libri elementari, una traccia dei metodi di misura per le distanze terrestri e cosmiche (*); metodo i quali " costituendo storicamente la ragione d'essere della dottrina, possono esercitare un notevole valore di suggestione sulla mente degli alunni ". Non c'è che da far plauso a questa risoluzione degli AA. e da rilevare che essa realizza nel modo più felice il saggio precetto di mettere " in più viva luce i legami tra la matematica e le scienze sperimentali e di osservazione " raccomandato dalle Istruzioni annesse ai programmi.

È bene dire che i calcoli numerici non sono effettuati; ma la sola indicazione dei metodi gioverà meglio ad incatenare l'attenzione dei giovani, che leggeranno queste pagine interessantissime con il più grande diletto, e facendo tesoro di molte e importanti cognizioni astronomiche (**).

V). *Derivata e sue interpretazioni.* — È questo insieme col seguente, fra i più rimarchevoli capitoli del libro. La costanza del rapporto incrementale di una funzione di primo grado riceve immediatamente le due interpretazioni, geometrica e meccanica, come coefficiente angolare di una retta e come velocità di un moto uniforme; mentre la variabilità del rapporto increm. di una funzione di secondo grado pura dà motivo ad un passaggio al limite che conduce a considerare geometricamente la tangente, analiticamente la derivata e meccanicamente la velocità del moto di caduta dei gravi. È di capitale importanza l'osservazione che la velocità, definita come quella relativa al moto uniforme che risulta al cessare della forza acceleratrice, e verificata in un istante della caduta di un grave mediante la macchina di Atwood, coincide in valore con la derivata della funzione $s = 1/2\ gt^2$. Da queste premesse si può senz'altro passare alla definizione di derivata per una funzione qualsiasi, alla interpretazione geometrica corrispondente, ed anche alla interpretazione meccanica perchè, in armonia con la constatazione sperimentale suaccennata,

(*) La formula a pag. 146, linea 4 dal basso, contiene evidentemente lo scambio della secante con la tangente.

(**) V. in proposito: Zanotti-Bianco: *L'astronomia come sorgente di esempi e problemi per le scuole secondarie*, nel Bollettino della « Mathesis », Dic. 1910 Apr. 1911.

Digitized by Google

si è condotti appunto a definire come velocità di un moto vario la derivata dello spazio rispetto al tempo; ed è così riprodotto nel libro quel processo storico pel quale le questioni relative alla tangente in un punto di una curva, alla velocità di un mobile, ai massimi e minimi di una funzione " si sono presentate come vari aspetti di un medesimo problema dal quale ha tratto origine tutto il calcolo differenziale „. Poche ed elementari osservazioni sui limiti, che possono ricollegarsi ad altre fatte in principio del primo vol. a proposito dei calcoli con numeri approssimati, danno il mezzo di eseguire il calcolo delle derivate delle funzioni più semplici, di definire come nulla la derivata di una costante e di verificare la regola pratica per la derivazione delle funzioni razionali intere dei primi tre gradi. Il capitolo si chiude con un cenno sulla variazione di una funzione (crescenza, decrescenza, massimi, minimi, flessi) in relazione al comportamento della sua derivata; e i risultati si applicano alla funzione intera di 2° grado per la quale è constatato l'accordo con ciò che, per altra via, si era già avuto nel vol. preced.

Questo capitolo incontrerà io credo, la più schietta approvazione degli insegnanti perchè, pure essendo informato ovunque al massimo rigore, non trascende dalla effettiva considerazione delle funzioni più usuali, che solo possono esaminarsi in una scuola non universitaria; ed è poi ricco di esempi e di illustrazioni appropriate.

VI). *Lunghezza di un arco di curva - Area di una superficie - Integrale.* — Non è qui il caso di ritornare sopra un argomento ripetutamente discusso (*), e cioè se sia opportuno in linea logica, storica e didattica, dare la nozione d'integrale dopo quella di derivata. Sta di fatto che anche nel primo vol. dell'opera che si esamina, sono effettivamente eseguite parecchie integrazioni dirette, e ciò può dar ragione a quanti ritenevano di dover dare la precedenza alla nozione d'integrale. Ad ogni modo, seguendo le prescrizioni del programma, gli AA., nell'ultimo capitolo del libro, ritornano esplicitamente e diffusamente alla considerazione dell'integrale. Ricordando che la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio sono state definite " movendo

(*) V. in « Bollettino della Mathesis », Anno V, p. 103 e ss. i Verbali delle sedute 30 apr., 14 e 28 maggio 1913 della Sezione Ligure; ed anche E. E. Levi, *Sull'integrale di potenza*, ivi, Anno VII, p. 23.

Digitized by Google

da una loro valutazione approssimata e proseguendo poi indefinitamente l'approssimazione „, vien dato un cenno della via che si dovrebbe seguire per giungere alla lunghezza di un arco di curva qualunque, ed è mostrato che mediante carta quadrettata si possono avere valori per difetto e per eccesso dell'area racchiusa da una curva. Ne segue allora che vien naturale di riguardare come valore esatto di quell'area il limite comune delle aree di due serie di scale, una inscritta e l'altra circoscritta alla data curva: e tale limite è ciò appunto che si dice integrale definito. Anche tutta questa parte è lucidamente esposta, ed in tale forma da potersi recare nella scuola senza mutazione alcuna; tutt'al più osserverei che non so se sia proprio opportuno dire che nella scrittura $\int_a f(x)\,dx$ " il segno $\int$ non è altro che una deformazione della iniziale della parola « somma »; e il segno dx.... indica il nostro piccolo incremento $\frac{b-a}{n}$, considerato come tendente allo zero.... „ — o se non sia piuttosto preferibile interpretare la scrittura stessa come il simbolo di una nuova operazione, anche se la ragione storica della sua forma sia appunto quella indicata. – Il capitolo prosegue con l'esame delle varie modalità che offre il problema di determinazione dell'area dipendentemente dal segno delle ordinate e dall'essere la curva chiusa od aperta; con le prime proprietà dell'integrale definito (somma di più funzioni, spezzamento dell'intervallo d'integrazione); con il calcolo diretto degli integrali di una costante e delle funzioni di 1° e di 2° grado; con l'applicazione del concetto d'integrale al problema di determinazione dello spazio percorso nel moto uniformemente vario.

E a questo punto, raggiunta ormai la meta estrema segnata dal programma, l'opera potrebbe dirsi felicemente compiuta; senonchè gli AA. hanno creduto di aggiungere un cenno sull'integrale indefinito, poichè è loro parso " che l'osservazione fondamentale circa il carattere inverso della derivata e dell'integrale non potesse mancare ad una trattazione organica delle teorie introduttrici dell'analisi infinitesimale „. Ma un'altra buona ragione giustifica, a parer mio, quell'aggiunta perchè: o si crede conveniente, in una scuola secondaria, eseguire soltanto integrazioni dirette, ed allora si deve, a rigor di logica, esplicitamente considerare l'integrale prima della derivata come, tacendo la denominazione, è fatto nel primo vol. di queste *Nozioni*, limitarsi

Digitized by Google

ai pochi casi elementarmente possibili, che sono all'incirca quelli ivi trattati (*), e non parlare mai più di integrale; — o non se ne riconosce l'opportunità, e soltanto allora si può spiegare il ritorno ad un concetto già dato, per riallacciarlo appunto al concetto di derivata, cioè per constatare il carattere inverso delle due operazioni. Bene dunque hanno fatto gli AA. segnalando questo essenziale legame (**) e additando le semplificazioni che ne derivano; tanto che il metodo d'integrazione indiretta può essere, in via d'esempio, speditamente applicato al calcolo degli integrali che erano già stati valutati direttamente (costante, funzioni di 1° e 2° grado, volume della piramide, del cono e della sfera). La dimostrazione del teorema N. 235 dovrebbe forse essere omessa.

Esercizi ed applicazioni. — Anche in questo nuovo volume, un'abbondante serie di esercizi, parte dei quali convenientemente avviati, facilita il compito dell'insegnante e si offre al buon volere dei giovani. E perchè risulti più semplice e chiara la traccia del lavoro, molte applicazioni e teorie complementari trovano appunto luogo fra tali esercizi, del che va dato sincero consentimento agli AA. Sembrerebbe tuttavia opportuna qualche leggera modificazione e in particolare il cenno sulle progressioni aritmetiche e geometriche, già studiate nella prima liceale, potrebbe essere tolto.

Vanno infine menzionate, come utile novità, le *Tavole* con le quali si chiude il volume e che comprendono i logaritmi dei numeri e quelli delle funzioni circolari, tutti a quattro decimali, che sono sufficienti per i calcoli usuali e per iniziare i giovani all'uso eventuale di tavole più ampie; ed è da desiderare, in una nuova edizione, che almeno la prima tavola, le cui differenze oscillano tra gli estremi molto prossimi 43 e 5, venga nella stessa pagina corredata di una tavola ausiliaria per il calcolo delle parti proporzionali.

(*) V. anche il citato lavoro di E. E. Levi.

(**) Il Catania, (*Corso di algebra elementare*, parte II, 1ª ed. per i licei moderni, p. 229) ed anche Veronese e Gazzaniga, (*Complementi di Algebra di Geometria* ad uso dei licei moderni, p. 89) danno la nozione di integrale indefinito.

Digitized by Google

*
* *

Per chi non avesse voluto seguirmi nei meandri un po' minuziosi del precedente esame, ed anche per chi mi chiedesse un'impressione d'insieme riportata dalla lettura del volume, dirò che questa è stata ottima per molte ragioni. Anzitutto mi pare buono l'ordine della materia che s'impernia sul fondamentale concetto di funzione, e proporzionato all'insieme lo sviluppo dei singoli capitoli, tra i quali i più nuovi non hanno un sopravvento dannoso sulla teoria dei logaritmi e sulla trigonometria. Inoltre le dimostrazioni, generalmente condotte con metodo analitico, sono chiare, precise, esaurienti e tali da adattarsi alla media intelligenza degli alunni, che troveranno un efficacissimo sussidio anche laddove l'insegnante credesse di allontanarsi dal libro. Aggiungasi poi che molte e numerose citazioni storiche forniscono, sotto un duplice aspetto, una ricca illustrazione del testo: e le prime insolitamente nitide e chiare a paragone di altri libri che vanno per le scuole, si direbbero quasi, atte ad accrescere nei giovani quel senso estetico che lo studio del disegno, intrapreso negli ultimi anni del ginnasio moderno, dovrebbe aver suscitato. Finalmente, qualità non trascurabile in un'opera scolastica, l'adozione del nuovo libro consente il risparmio di un testo speciale per la trigonometria e di un manuale logaritmico.

A questi pregi si possono contrapporre alcune piccole mende, ma queste oltre che essere inevitabili nella prima edizione di un'opera radicalmente nuova, attestano delle difficoltà, non poche e non lievi, che gli AA. hanno dovuto superare per ridurre a facile e giusta comprensione concetti notevolmente elevati. Il nuovo volume non è dunque nè scientificamente, nè didatticamente in nulla inferiore alla legittima aspettativa che la pubblicazione del primo aveva destata, ed insieme con questo varrà ad accrescere di molti e notevoli valori il patrimonio intellettuale dei nostri giovani studenti.

Luigi Galvani.

Digitized by Google

Notizie.

I PREMI DELL'ISTITUTO DI FRANCIA. Nell'adunanza solenne tenuta il 18 Dicembre 1916 furono conferito fra le altre le seguenti distinzioni:

I. Premio Bordin (curve algebriche a torsione costante): due menzioni onorevoli di 1000 franchi ciascuna a G. Darmoir e B. Gambier.

II. Premio Poncelet: a C. de la Valleé Poussin.

III. Premio Francoeur: a R. E. Gateaun, morto in battaglia il 3 ottobre 1914.

IV. Premio Valz (astronomia): a G. Boccardi.

Venne poi proposto il nuovo tema seguente.

Premio Bordin per l'anno 1919: Nella teoria degli integrali di differenziali totali di terza specie e degli integrali doppi relativi ad una funzione algebrica di due variabili indipendenti venne dimostrata l'esistenza di certi numeri interi, di cui è difficili determinare l'espressione che può dipendere dalla natura aritmetica dei coefficenti dell'equazione della superficie corrispondente a quella funzione. Ora l'Accademia domanda uno studio profondo di tali numeri in casi speciali estesi.

Pavia — Premiata Tipografia Successori Fratelli Fusi -- Pavia

Digitized by Google

Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche

Si pubblica in fascicoli trimestrali, ciascuno di almeno 32 pag. in 8°.

Abbonamento annuo per l'Italia L. 7.50, per l'Estero L. 10.—

Gli abbonamenti si ricevono presso la Casa Editrice ROSENBERG & SELLIER, Torino, Via Maria Vittoria, 18, e presso i principali librai dell'Italia e dell'Estero.

Per quanto concerne l'Amministrazione rivolgersi alla Casa editrice; invece gli articoli da inserirsi, i libri, giornali ecc., cioè in generale quanto concerne la Redazione, va indirizzato al Prof. G. LORIA, Genova, Piazza Manin, 41.

Sommario del presente Fascicolo

Scritture Galileiane apocrife (Antonio Favaro), pag. 33-43.
La correspondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son époque (J. H. Graf), pag. 43-49.
Funzioni permutabili (E. E. Levi), pag. 49.
Matematiche generali (G. L.), pag. 50-51.
Analisi Algebrica (G. Scorza), pag. 51-56.
Matematica pei Licei moderni (Luigi Galvani), pag. 56-63.
Notizie, pag. 64.

Digitized by Google

RECENTISSIME PUBBLICAZIONI

in vendita presso la

Libreria Internazionale ROSENBERG & SELLIER

TORINO — Via Maria Vittoria, 18

Borel. — Introduction géométrique à quelques théories physiques. L. 5,50.
Braude. — Les coordonnées intrinsèques. L. 2,25.
Castelnuovo. — Lezioni di Geometria analitica. Vol. I/III. L. 15.
Dolbnia J. — Oeuvres mathématiques publiées par Kriloff. L. 12,50.
Enriques. — Questioni riguardanti le matematiche elementari. — Vol. I/II, L. 50.
Guillaume. — Les récents progrès du système métrique. L. 5,50.
Handbuch der angewandten Mathematik, hrsg. v. Timerding.
Bd. I: Sanden. — Praktische Analysis. L. 4,75.
Bd. II: Hjelmslev. — Darstellende Geometrie. L. 7,25.
Hausdorff. — Grundzüge der Mengenlehre. L. 23,50.
Salpeter. — Einführung in die höhere Mathematik. L. 15,50.
Smith e Mikami. — History of Japanese Mathematics. L. 20.
Zeuthen. — Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie. L. 21.

—

GUIDA ALLO STUDIO
DELLA STORIA DELLE MATEMATICHE

DEL

Prof. GINO LORIA

Prezzo del volume elegantemente rilegato L. 3.

MILANO
ULRICO HOEPLI

1917

Digitized by Google

N. 3-4 PERIODICO TRIMESTRALE 1917

CONTO CORRENTE COLLA POSTA

BOLLETTINO
DI
BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA
DI
GINO LORIA

ANNO XIX
1917

TORINO
ROSENBERG & SELLIER
Via Maria Vittoria, 18
1917

Pubblicato il 20 Ottobre 1917.

Digitized by Google

AVVERTENZA

In omaggio alle vigenti disposizioni intese a frenare il consumo della carta, la presente annata del **Bollettino** comprende 6 fogli invece di 8; a guerra finita provvederemo a compensare gli abbonati con fogli supplementari.

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
ANNO XIX. FASC. III-IV: **Luglio-Dicembre** 1917

La corrispondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son éqoque

par le
D.r J. H. GRAF, *Professeur à l'Université de Berne.*

(Cont. v. p. 49)

N.° VII.

Paderno d'Adda, 26 settembre.

Caro ed illustre amico,

Per ora mi limito ad accennarLe ricevuta della sua lettera 21 sett. e del manoscritto sul problema da lei così felicemente risoluto intorno alle superficie di 3° ordine. Appena avrò studiato questo suo importante lavoro, Le scriverò a Berna. Intanto La prego di gradire i vivi e sinceri ringraziamenti pel prezioso invio; come pure per la promessa che mi fa circa la memoria sull'uso delle curve lungo le quali il valore assoluto di una data funzione è costante.

Mi saluti l'amico Casorati, riceva i saluti cordiali di tutta la mia famiglia e mi creda sempre

suo affez.mo L. CREMONA.

Digitized by Google

Projet de lettre de L. Schlaefli à L. Cremona.

An Herrn Cremona. Heute Mittags 21. Septembre 1872 habe Ihnen den verlangten Aufsatz über das abgelöste Stück einer allgemeinen Fläche 3. Grades durch die Post nach Paderno gesandt. Sollten Sie Zeit finden, denselben auzusehen, so werden Sie erkennen, dass ich in Ihre Fusstapfen getreten bin, indem ich es für die rein geom. Behandlung am bequemsten fand, den Doppelsechser zu gebrauchen, um die Durchgänge durch eine Fläche mit einem Knoten von einer Species zur benachbarten darzustellen. Da ich hier nichts von Ihnen in der Hand hatte und eine genaue Erinnerung mir nicht zu Gebote steht, so konnte, ich Ihre Schriften nicht citiren. Ich ersuche Sie daher, dem Mangel durch eine Note abzuhelfen, und wenn das Citat die Anfzählung und Beschreinbung der fünf Species einem italienischen Leser überflüssig macht, den betreffenden Passus abzukürzen.

Ich bin mir wohl bewussht, dass sich über die Art, wie ich die Zusamenhangsarten gezählt habe, reden lässt. Ich habe nur *eine* Classe von Vorstellungen consequent verfolgt und alle anderen, die auch zu zergliedern wären, absichtlich fern gehalten, um mir keine Schwierigkeiten zu bereiten. Den Gedanken, auch negative Zahlen für den ordine di connessione zu gebrauchen habe ich aus einer Stelle Neumanns *Theorie der Abelschen Functionen* geschöpft, wo er die Relation $p = -\frac{(n-1)(n-2)}{2} - d$ beweist, und wo ich mich über seine Zurückhaltung verwundert habe, dass er den Begriff der $(2p + 1)$ nicht so erweitert, dass ihm auch eine negative Zahl entsprechen kann, obwohl diese Erweiterung factisch in seiner Beweisführung liegt.

Die Frage selbst, wenn von der allgemeinen Fläche 3. Grades sich ein geschlossenes Stück ablöse, hatte ich mir schon damals, als ich die Abhandlung *on the distribution of the surfaces of the third order into species* in den Phil. Transactions schrieb, vorgelegt. In der Meinung, sie auf analytischem Wege erledingen zu können, brachte ich sie in der Vorlesung, die ich Herrn Affolter hielt, vor, wo dann der Irrthum offenbar ward, und wo wir nun beide die ersten rohen Versuehe machten, die Frage synthetisch zu behandeln, aber noch ohne Erfolg. Aber den Austoss, den mir die synthetische Richtung des Herrn Affolter

Digitized by Google

gegeben hatte, bewirkte, dass mir bald nachher die Sache klar ward, und sie erschien mir als merkwürdiges Beispiel eines Falles, der auf rein analytischem Wege, wie ich glaube, gar nicht erledigt werden kann.

Ich hätte nun beifügen können, dass die Fläche dritten Grades mit vier gewöhnlichen Knoten (dem Maximum) die vier Uebergänge mit einem Sehlage schen lässt, und dass man sie gebrauchen kann, um die Fünfzahl der Species der allgemeinem Fläche klar zu machen.

Ich halte dafür, dass der hier behandelte Gegenstand für die algebraischen Flächen überhaupt von Bedentung sei, dass der ordine di connessione in gewissen Sinne den Grad von Realität darstelle, den eine alg. Fläche erreicht. Ich hatte mich aber in Bern, vor meiner Abreise, erfolgos bemüth, die Fläche vierten Grades mit 16 Knoten (die Kummersche Fläche) zu benutzen, um über die Eintheilung der allg. Fläche 4.r Grades in Species ins klare zu komen.

Ich muss mich entschuldigen, dass ich nicht während des lang anhaltenden guten Wetters einm nach Lecco gefahreu und von da nach Paderno gekommen bin; mein Sinn war immer auf die Arbeit gerichtet, und nur habe ich meine Rückreise vor. Ich habe hier au der Redaktion des Aufsatzes über den Gebrauch der Curven (in der Ebene der unabhängigen Variabeln), längs denen der assoluta Werth einer gegebenen Function constant ist, zur Beurtheilung der Möglichkeit von Integrationwegen, schon angefangen, werde sie aber doch erst in Bern vollenden können, und sie Ihnen dann bald zu senden.

Gravedona 21. Sept. 1872.

N.° VIII.

Roma, 11 novembre 1880.

Caro amico,

Ella si ricorderà che in Parpan e a Berna, nell'estate 1879, io La richiesi di qualche suo scritto da inserirsi in un volume che Beltrami ed io stavamo preparando, in onore del nostro Chelini. Tale volume si stampa a Milano, dall'editore Ulrico Hoepli; ora è poco lontano dal suo compimento e comprende

Digitized by Google

già 15 o 16 memorie o Note di matematici italiani e stranieri, fra i quali il compianto Borchardt, che aveva conosciuto personalmente il Chelini in Roma nel 1844, quando erano qui Jacobi, Steiner e Dirichlet con Lei pure. Ora sarebbe un gran difetto; e dispiacerebbe grandemente a noi, se nel detto volume mancasse il di Lei nome, caro Sig. Schläfli. Perciò io vengo a pregarLa, a supplicarLa caldissimamente di darci qualche cosa, o subito o entro pochi mesi; non importa quale sia l'argomento, non importa l'estensione dello scritto, o molte pagine o anche una sola. Ciò che importa è che anche il di Lei nome entri fra i contributori del volume.

Io spero che Ella non mi negherà questo grande favore, del quale Le sarò gratissimo.

Avrò piacere di ricevere, nella stessa occasione, le notizie della di Lei salute.

In quest'anno non ho potuto uscire dall'Italia, per respirare un po' d'aria alpina: ma spero di poterlo fare nel 1881, e allora chi sa? forse avrò il piacere di vederLa.

Mia moglie, che si ricorda con piacere de' discorsi fatti da Lei a Paderno, intorno alla botanica, m'incarica de' suoi saluti per Lei.

In attesa dunque di una favorevole risposta, mi sottoscrivo, colla più sincera devozione,

Suo fedele amico

L. CREMONA.

N.° IX.

Roma, 9 febbraio 1884.

Carissimo e veneratissimo amico,

Ricevo da Zurigo un estratto dal N. 4 della Scwh. Bauzeitung, che contiene un indirizzo di felicitazione e di augurj indirizzato a Lei, pel suo 70° giorno natalizio, dai matematici residenti in quella città. Mi duole di non aver saputo più presto che il 15 gennaio aveva per Lei tale significato; ma, sebbene un po' tardi, tuttavia spero ch'Ella vorrà gradire anche gli augurj e le felicitazioni di un suo amico ed ammiratore, devotissimo ed affezionatissimo quantunque straniero. Io che ebbi la fortuna di godere

Digitized by Google

più volte della di Lei compagnia, e in Italia è in Svizzera, ho potuto conoscere ed ammirare, non solo ne' suoi scritti ma anche nella Sua conversazione, il suo ingegno e il suo sapere, *pareggiati* soltanto dall' *infinita* di Lei modestia. Mi sia dunque permesso di associarmi all' indirizzo de' matematici di Zurigo, aggiungendo i miei voti per la di Lei salute e prosperità per molti anni ancora!

Son contentissimo che poco prima del suo 70mo natalizio, Ella abbia ricevuto la nomina tra i Socj stranieri dell'Accademia de' Lincei come un riconoscimento generale de' di Lei altissimi meriti scientifici da parte dei dotti italiani. A proposito della quale nomina io sono ancora debitore d' una replica alla cara sua del 31 dicembre. Il Presidente (Quintino Sella) de' Lincei non è attualmente Ministro; lo fu altra volta (prima del 1874) per le finanze. Egli è noto come geologo. Quando Ella abbia ricevuto il diploma o la tessera come Socio straniero, una sua lettera al Presidente sarà certamente graditissima a lui e all' intera Accademia. Per l' indirizzo basta porre: *On. Q. Sella, Presidente della R.^{e} Accademia de' Lincei, Roma.*

Mia figlia Itala, che si ricorda sempre delle passeggiate botaniche fatte con Lei in Engadina, mi prega di esprimerLe un suo vivo desiderio: quello di possedere una di Lei *fotografia* colla sua firma. Se vorrà accontentare questa preghiera, gliene sarò grato anch' io.

Con rinnovati augurj, anche per parte de' miei figli, mi dico sempre

Suo affez.mo amico

L. Cremona.

N.° X.

Roma 9 Luglio 1884.

Carissimo amico,

L' Università di Roma avendo ricevuto invito di farsi rappresentare alla festa mezzo-secolare che l' Università di Berna celebrerà il 4 e 5 agosto p. v. ha deciso di incaricare Lei e me di tale rappresentanza. Io ho intenzione d' intervenire, e poi di passare il resto del mese d' agosto in qualche punto dell'Oberland, insieme con miei figli Vittorio e Itala, che saranno con me.

Digitized by Google

Io sono lietissimo di codesta occasione di rivederla, ottimo amico. Sono sicuro ch' Ella vorrà assistere alla festa della sua Università ed accettare di rappresentare con me l' Università Romana.

Riceverà una lettera ufficiale da questo Rettore, il quale scriverà anche al Rettore di Berna.

Mi farà piacere di ricevere il programma della festa e cerimonia e tutte quelle altre notizie che potessero essere utili.

In qual giorno precisamente bisognarà trovarsi a Berna?

Io scrissi a Beltrami per sapere se egli e Casorati sarebbesi recati a Berna per rappresentare l' Università di Pavia. Ma Beltrami mi ha risposto che a Pavia non è giunto alcun invito da Berna.

Nella speranza di ricever presto sue notizie, anche in poche righe, mi dico

Suo aff.mo amico

L. CREMONA.

N.° XI.

Roma, 13 Luglio (1884).

Carissimo amico,

Sono assai dolente di dovere, alla distanza di pochissimi giorni dalla mia lettera, scrivervi che le misure sanitarie adottate dal Governo italiano al confine svizzero mi costringono a rinunciare definitivamente al vagheggiato progetto di una villeggiatura nell' Oberland. Debbo quindi rinunciare anche ad assistere alle feste del giubileo di Berna, dove voi solo vorrete rappresentare l' Università di Roma.

Ricevete i rispettosi saluti di mia figlia e credemi sempre

Aff.mo v.° amico L. CREMONA

N.° XII.

Roma, 14 Luglio 1884.

Caro e pregiato amico,

Come le scrissi in una cartolina jeri, le severe misure adottate dal Governo italiano, alle frontiere svizzere, mi hanno ob-

Digitized by Google

bligato ad abbandonare del tutto qualsiasi progetto di uscire dai confini dell' Italia. Non è all' uscire, ma al rientrare che io prevedo grosse difficoltà, non posso espormi ad una fastidiosa quarantena, tanto più che avrò con me mia figlia.

Io Le sarò dunque gratissimo se vorrà, anche senza di me, acconsentire a rappresentare l' Università di Roma. Non si tratta nè di far discorsi nè di rispondere a discorsi, ma soltanto di presentare al Rettore dell' Università di Berna, in occasione della cerimonia, un indirizzo (scritto) di congratulazione e di felicitazione che Ella riceverà per la posta dal Rettore dell' Università di Roma. Nella stessa occasione Ella sarà compiacente di far scusare la mia assenza.

Quanto alla fotografia, io La ringrazio sin d' ora d' aver mantenuto l' amichevole promessa. Ella farà benissimo aspettando a mandarmela quando, finite le preoccupazioni del cholera, Ella non avrà a temere per essa i profumi di cloro.

Sono dispiacentissimo che mi sia così stata tolta l'opportunità di vederLa in Berna; speriamo per un' altra volta.

Accetti i rispettosi saluti de' miei figli e mi creda sempre

Suo aff.mo amico

L. CREMONA.

N.° XIII.

19 Luglio 1884.

Ottimo amico,

Ricevetti la sua lettera del 16, intatta, cioè senza tagli nè perforazioni. Ho poi ricevuta la cartolina del 17. Sono d'accordo con Lei nel deplorare le misure di eccessiva precauzione prese alla frontiera italo-elvetica: anch' io credo sia da temere più la paura del male che il male stesso.

È vero che attualmente la frontiera italo-austriaca è libera, ma da un momento all' altro potrebbe essere sbarrata: ciò mi è stato detto al Ministero dell' Interno, presso il quale ho assunto informazioni.

Non volendo espormi ad essere trattenuto alla frontiera quando mi fossi trovato nel viaggio di ritorno, specialmente perchè in compagnia de' miei figli, ho dovuto, mio malgrado,

Digitized by Google

rinunciare alla progettata visita all'Oberland. E siccome il caldo grandemente aumentato non mi permette più di rimanere a Roma, così la mia rinuncia ha dovuto essere definitiva: non potendo differire ulteriormente la scelta di un soggiorno alpino per l'estate, mi sono deciso per la valle d'Agordo. Partirò da Roma questa sera.

Ho fatto al Rettore l'assicurazione di cui Ella m' incaricò nella Sua cartolina.

Mio figlio Vittorio e mia figlia Itala Le sono gratissimi dei suoi saluti; anch'essi serberanno perenne memoria delle conversazioni che ebbero la fortuna d'avere con Lei, il primo in Brianza la seconda a Zuz. Tutti siamo dolentissimi di dover abbandonare il progetto di trovarci con Lei a Berna.

Mi creda sempre col più devoto affetto

Tutto Suo L. Cremona.

P. S. Quantunque le lettere arrivino qui intatte, crederei prudente di aspettare per l' invio della fotografia, come già Le dicevo nella mia lettera precedente.

N.° XIV.

Roma, 30 Aprile 1887.

Caro e venerato amico,

Ella avrà già ricevuto una lettera del Prof. Blaserna, Segretario dell'Accademia de' Lincei, scritta anche in nome del Presidente Prof. Brioschi nella quale le si annuncia che un breve estratto, italiano, scritto dallo stesso Brioschi, sarà tosto inserito ne' *Rendiconti*; e che la Memoria per intero, nella stessa lingua, in cui è stato scritto, sarà inserita nelle *Memorie* dell'Accademia stessa.

Così Ella non ha da pensare a darsi la pena di una traduzione, e sarà pienamente soddisfatto il suo duplice desiderio di completare ed emendare la memoria sulle funzioni di Lamé inserita nelle *Collect. math. in memoriam D. Chelini,* e di adempiere il suo *dovere* come Linceo.

Mia figlia Itala, che si ricorda sempre d'aver avuto l'onore di botanizzare con Lei a Zuz, m' incarica di ricambiare i di Lei

Digitized by Google

saluti. Mia figlia primogenita, Elena, è sempre a Macerata, col marito Perozzi e con tre bambini, tutti in ottima salute. E mio figlio Vittorio è ora come ingegnere, al di là dell'Atlantico, a Buenos-Ayres.

Mi conservi la sua cara amicizia e coi voti per la buona salute accetti una stretta di mano dal

suo fedele amico

L. CREMONA

Matematiche generali.

H. BOUASSE - E. TURRIÈRE, *Exercices et compléments de mathématiques générales* (faisant suite au Cours de mathématiques générales de H. BOUASSE) (XV + 499, Paris, Librerie Ch. Delagrave, 18 fr.).

" Bisogna che la tua erudizione, alla fine del nostro ammaestramento, rassomigli ad un corpo di casa essenziale, ben costruito in pietra da taglio, ben distribuito, ben arioso, ma facente parte d'un piano architettonico più esteso. Edifizio assai solido perchè si possa innalzarlo con altri piani e portante alle catene delle sue colmature gli addentellati ove andranno ad incastrarsi le catene dei bracci dell'altra fabbrica che, nel corso della vita, tu costruirai a tuo beneplacito ".

Così il Prévost alla sua ideale nipote Francesca in una di quelle succose conversazioni, molto più simpatiche ed efficaci che non le aride circolari sul sovraccarico intellettuale, di quel ministro troppo affaccendato che il Prévost non invidia.

Anche il Prévost sa, come il non-lodato ministro, che i limiti di tempo e di capacità intellettuale dello scolaro impongono una scelta del materiale didattico: ma consiglia allo studente una via da seguire ed al maestro il modo di preparargliela; non offre una mano anonima (con una cifra per dito che l'individua nella valanga protocollare) alla pigrizia dello studente per scavalcare l'insegnante.

Vorrei riportare per intero quelle pagine del Prévost per ben disporre l'animo del lettore all'esame del libro del Bouasse: non potendo mi farò sostituire dall'eccezionale zio nel giudicare questa nuova raccolta.

Digitized by Google

Non so se nell'idearla il Bouasse, togliendo il Prévost d'impaccio, abbia voluto rendere omaggio a quell'ingegnere che esigeva dal Prévost di accingersi per primo a tradurre in atto il suo piano d'insegnamento generale. Certo l'opera sembra fatta a posta, perchè è appunto dedicata ai futuri ingegneri, i quali, lo dice bene il Bouasse, " esigono che si formi per loro una Scienza elevata sì, ma in rapporto evidente con i lavori che procureranno loro il pane ".

Ecco il primo merito del libro: sapere con precisione a chi è indirizzato, quindi lo scopo a cui serve. Sembrerà un truismo, ma non è: non sempre, anche per difetto e confusione nell'ordinamento scolastico che si impongono all'autore, il pubblico cui un libro si dirige è ben definito, omogeneo.

Fissato il pubblico lettore, bisogna fissar la materia che gli si vuol elargire: compito assai più difficile, perchè l'A. dovrebbe " essere un gran sapiente e un gran pedagogo ", son parole del Prévost, " per eliminare arditamente tutto quello che non è essenziale. Questa eliminazione e questa scelta ardita solo un vero sapiente oserebbe e potrebbe praticarle; il mezzo-sapiente esiterà sempre a sacrificare questa o quella nozione, perchè egli non è sicuro della loro importanza relativa ".

Al compito di preparare lo strumento matematico relativo agli ingegneri il Bouasse era particolarmente adatto perchè egli stesso, fisico, si serve della matematica come di un mezzo: chi conosce le sue critiche incisive sa con quanto ingegno; il Turrière, come matematico, lo ha aiutato a raccogliere il materiale opportuno. Il Ferrero, parlando delle origini di Cavour, ascrive a gran fortuna della nostra Patria ch'Egli non fosse di famiglia italiana perchè non aveva i difetti della Nazione che doveva dirigere. Così il Bouasse, se il paragone è lecito, appartenendo alla famiglia dei fisici, non ha i difetti dei matematici e può meglio indirizzare le menti che non coltivano la matematica come fine a sè: perchè questo è appunto il suo scopo.

Da questo punto di vista si presentano come evidenti e necessarie alcune osservazioni ch'io credo abbiano valore per qualunque insegnamento matematico: e alle quali, bisogna riconoscerlo, s'incomincia ora fortunatamente a dar qualche peso.

Anzitutto: lo studio dei casi particolari deve precedere quello dei casi generali. Non si stabilisce di primo acchito una teoria troppo generale e non so per quale falso amore di generalità si

Digitized by Google

sia animati a premettere asserzioni tanto late che ne sfugge il contenuto reale. Il processo della loro formazione, quindi della loro esposizione se si vuole che riescano chiare, è quello stesso della formazione dei concetti, per astrazione da numerose esperienze mentali o realmente eseguite; togliete queste e quell'astrazione è incomprensibile e sterile perchè non riporta alla mente alcun fatto noto.

La seconda osservazione è questa: non basta scrivere l'equazione di un problema, bisogna ricavarne dei dati numerici: avuta l'equazione di una curva disegnarla; scritto un integrale darne un valore approssimato: quindi introduzione di costruzioni grafiche con la riga e col compasso; trasformazione col loro mezzo o con altri apparecchi adatti (pantografo, inversore, sistemi articolati in genere facilmente costruibili) di curve semplici in curve più complicate che riescano utili: uso degli integrafi per la valutazione di lunghezze, di aree, per descrivere le curve integrali di equazioni differenziali; uso di tavole numeriche.

La matematica è, per gli ingegneri, uno strumento; quel che occorre è far capire all'operaio-studente i principii sui quali è costruito e il suo funzionamento; ma è poi affatto indifferente che quello strumento sia di natura analitica, grafica o meccanica; solo importa che sia il più adatto, il più efficace, il più adeguato allo scopo che si vuol conseguire. Nella molteplicità dei mezzi e nella esatta nozione della loro portata, del loro campo d'azione, sta la maggior probabilità di riuscita.

Ecco perchè gli AA. nell'esporre le trasformazioni classiche di curve ne hanno messo in evidenza il carattere strumentale: di solito si trovano le trasformazioni accanto a curve che per esse si mutano in altre più semplici; e allora il lettore è sopraffatto dall'eleganza dell'artificio se ha spirito estetico, dalla sua complessità se ha spirito critico; e si domanda, senza comprendere la portata di esso, qual Dio mai l'avrà suggerito all'inventore, pregando lo stesso Dio di volerlo illuminare nei suoi modi imperscrutabili se mai s'imbattesse in simili difficoltà. È chiaro che la buona strada è l'inversa: da curve semplici, ben note, si passa a curve più complicate e la trasformazione vien presentata allo studente come uno strumento che deve porre nel suo laboratorio mentale per aumentarne la produzione.

Gli strumenti meccanici differiscono per il loro impiego da quelli simbolici per il solo fatto che questi si possono rinnovare

Digitized by Google

continuamente con un tratto di penna, mentre di quelli occorre un esemplare già fatto: però questa differenza svanisce se quegli strumenti sono di loro natura così semplici che si possano riprodurre in breve e con mezzi che facilmente si hanno a disposizione. Quindi il rendimento di tali strumenti è proporzionato alla loro semplicità: quelli descritti nel volume, il Bouasse se li à costruiti in pochi minuti.

Una parte del libro è dedicata al calcolo delle differenze finite, degli sviluppi in serie, ecc.; il che è necessario per la valutazione dei diagrammi, per la costruzione delle curve interpolatrici, in generale per tutti i calcoli d'approssimazione che la pratica propone.

Il capitolo più divertente è quello sul calcolo delle probabilità: io consiglio di leggerlo a chi vuol passare una mezz'ora in compagnia di uno spirito arguto, caustico, che ha un'idea ben precisa di quello che dice e vale la teoria e di quello che le si vuol far dire; si saltino i calcoli e le dimostrazioni e si leggano i brevi monologhi del Bouasse contro le illustri e venerate schiocchezze che isolano questo ramo della matematica dagli altri e gli dànno un aspetto, volgarmente, misterioso. Si legga quel che dice della speranza matematica, del ripetere esperienze in condizioni identiche, degli errori sperimentali; si vedrà che la confusione dipende dalla mancanza di critica nel porre i principii e dalla smania di volerne applicare i resultati ad ogni costo, fuori del campo della validità delle premesse.

Per rendere esattamente lo spirito della critica del Bouasse e la posizione ch'Egli prende rispetto a questa teoria riporterò due suoi periodi in proporito.

" Nous n'attaquons pas la Théorie des probabilités; elle rend ce qu'on a mis dans les hypothèses. Nous disons (ce qui est tout différent) que ces hypothèses ne sont pas applicables aux expériences; et nous le disons non seulement parce que le raisonnement le preuve, mais parce que l'expérience le démontre „.

" Les mathématiciens déduisent excellement: *étant donné ceci, il en résulte cela;* ne leur demandons pas autre chose. N'exigeons pas que leurs hypothèses soient applicables; il ne s'agit pas de cela. Leurs hypothèses sont quelconques; il poseront, par exemple, que d'un point extérieur à une droite, on peut mener à cette droite plusieurs parallèles, et chercheront ce qui résulte de cette proposition. En un sens, le problème est très intéressant:

Digitized by Google

mais ne confondons pas les genres. N'ayons surtout pas la naiveté de leur demander leurs opinions dans les questions sociales et pratiques: elles sont en dehors de leur compétence. Et la preuve est... qu'ils leur appliquent la théorie des probabilités! „

L'ultimo capitolo è dedicato agli elementi della teoria dei vettori: non vorrei passare per un ammiratore a partito preso del libro se dicessi che anche qui mi pare scelta la giusta via.

Sia per la semplicità sia per la tradizione il metodo cartesiano ha un valore innegabile: il torto di alcuni fanatici (pochi invero) del calcolo vettoriale non è di mostrare i pregi di questo, anch'essi innegabili, ma di voler demolito, rinnegato il metodo cartesiano. Quando non si debba scrivere un trattato a posta per la teoria dei vettori è opportuno e pedagogicamente economico innestarla su nozioni possedute già, e queste, *almeno per ora*, sono cartesiane. Può essere una fase superabile: son del resto convinto (1) che la scelta e il valore d'uno strumento son o per molta parte questioni di gusto e di pratica di chi l'adopera: press'a poco con le stesse parole s'esprime il Bouasse.

M'accorgo d'aver fatto una recensione delle idee direttrici e del piano dell'opera: entrare in maggiori particolari per una raccolta d'esercizi non sarebbe divertente: e non lo faccio certo.

E. Bompiani.

Involuzioni.

H. Berliner, *Involutions-systeme in der Ebene des Dreiecks* (Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1914; pag. XII + 212).

La figura fondamentale è un triangolo ABC, rispetto al quale si definisce nel solito modo la polare p di un punto P (non appartenente al triangolo ABC), e la conica polare p^2, luogo dei poli delle rette per P (e gli enti duali), Le involuzioni che possiamo dire fondamentali si ricavano dal considerare la proiettività ciclica ternaria

$$p_A\ p_B\ p_C \overline{\wedge}\ p_B\ p_C\ p_A$$

ove $p_A \equiv PA, \ldots$; e sono precisamente l'involuzione ellittica cui appartengono le tre coppie $p_A\ p'_A$, $p_B\ p'_B$, $p_C\ p'_C$, ove

(1) V. la recensione del Knoblauch: Grundlagen der Differentialgeometrie (questo *Bollettino*, T. XVII, 1915, p. 20-26).

Digitized by Google

$p_A\ p'_A\ p_B\ p_C$, ... formano gruppo armonico; l'involuzione di terzo grado individuata dai cicli della proiettività stessa; esse sono indicate rispettivamente con $(P)^2$, $(P)^3$ [e le duali con $(p)^2$, $(p)^3$]. Si ha invece una sola involuzione parabolica se P appartiene ai lati di ABC, mentre le due involuzioni sono indeterminate per P coincidente con uno dei vertici.

Le involuzioni così generate intorno a P inducono nuove involuzioni (è immediato come), sulla conica polare p^2, che s'indicano con $(p^2)^2$ e $(p^2)^3$. Si dimostra facilmente che i poli di due rette passanti per P coniugate in $(P)^2$ sono allineati con P e sono a lor volta coniugati nell'involuzione determinata sulla loro congiungente: questa si dice *rappresentante* della coppia di rette coniugate in $(P)^2$. Per passare dalla retta per P alla coppia da essa rappresentata basta costruire le polari (rispetto al triangolo) delle intersezioni della retta data con la conica polare di P. Questo teorema serve di base a la definizione ed a la costruzione dei sistemi di involuzioni di cui è parola nel titolo del libro.

Si parta da una coppia o da una terna di rette coniugate in $(P)^2$ o in $(P)^3$ e ciascuna retta si consideri come *rappresentante* di una coppia di $(P)^2$; al variare della coppia in $(P)^2$ o della terna in $(P)^3$ si ottengono ∞^1 gruppi di 4 o di 6 rette di una involuzione $(P)^1$ o $(P)^6$. Operando su questi gruppi come si è operato su quelli di $(P)^2$ o di $(P)^3$, e così di seguito, si definiscono le involuzioni $(P)^{2^n}$ e $(P)^{2^n \cdot 3}$ di gruppi di 2^n e di $2^n . 3$ rette nel fascio di centro P. Le rette 2^n-uple e $2^n . 3$-uple di queste involuzioni sono i raggi doppi di $(P)^2$.

Rappresentante di un gruppo di $(P)^{2^n}$ è la retta rappresentante il gruppo di $(P)^2$ che ha servito a generarlo. Quindi una retta del fascio, considerata come elemento di un gruppo di $(P)^2$ ha un rappresentante, che si dirà primo; un secondo rappresentante se si considera come elemento di $(P)^1$, e così di seguito. Una rappresentazione analitica dell'n-esimo rappresentante di un elemento si ha nel seguente modo.

Sia R uno dei due punti dai quali l'involuzione $(p)^2$ su una retta p (non passante per A, B, C) è proiettata con l'involuzione ortogonale: si definisce *ordinata angolare* (Ordinatenwinkel) di un punto Q di p l'angolo $\widetilde{P_A R Q}$ (o il supplementare, secondo una determinata convenzione) ove P_A = p. a. Inoltre

Digitized by Google

dato un raggio g per P, polo di p e posto $P'_A \equiv PA$. p e $Q' \equiv g$. p si dice ordinata angolare di g l'angolo $\widetilde{P'_A R Q'}$. Ora se ω è l'ordinata angolare di un elemento quella del suo n-esimo rappresentante è $\omega^{(n)} = (-2)^n \omega$. Questa relazione permette di risolvere il problema delle coincidenze: cioè di rispondere alla domanda: esistono elementi nel fascio di centro P coincidenti con i loro n-esimi rappresentanti? (questi elementi si diranno *coincidenze* n-*esime*). Esistono $2^n - (-1)^n$ coincidenze n-esime ed hanno per ordinate angolari $\frac{k\pi}{2^n - (-1)^n}$ con k intero o nullo.

Si dirà che un elemento è una *concidenza primitiva* n-*esima* se esso non coincide con alcun altro suo rappresentante d'indice inferiore ad n. Allora: Le coincidenze primitive n-esime di una forma di prima specie sono in numero di

$$\Sigma (-1)^{a_1 + a_2 + \ldots + a_k} 2^n : p_1^{a_1} p_2^{a_2} \ldots p_k^{a_k}$$

$$(a_1, a_2, \ldots a_k = 0,1)$$

se $n = p_1^{\pi_1} p_2^{\pi_2} \ldots p_k^{\pi_k} \cdot 2$; e non ve ne sono per $n = 2$.

Anche per le involuzioni $(P)^{2^n \cdot 3}$ si può istituire una teoria analoga. Se delle rette di una terna di $(P)^3$ si costruiscono i rappresentanti [rispetto all'involuzione $(P)^2$] la nuova terna appartiene ancora a $(P)^3$; operando su questa allo stesso modo e così di seguito si trova che i rappresentanti n-esimi di una terna di $(P)^3$ formano ancora una terna della stessa involuzione. Da cui si deduce p. es. che se un elemento di una terna è una coincidenza primitiva n-esima, tali sono anche gli altri due elementi. Può accadere che un elemento di coincidenza primitiva n-esima abbia per rappresentante (d'indice conveniente) uno degli altri due elementi della terna cui appartiene in $(P)^3$? Se n non è multiplo di 3 no; se n è divisibile per 3 allora i due elementi della terna sono uno rappresentante d'indice $n:3$ e l'altro d'indice $2n:3$, oppure nessuno dei due.

Per calcolare quanti sono gli elementi considerati che dan luogo ad una risposta affermativa bisogna tener presente che le ordinate angolari di una terna di $(P)^3$ si succedono come i numeri

$$\omega, \quad \omega + \frac{\pi}{3}, \quad \omega + \frac{2\pi}{3}$$

Digitized by Google

e si ha il teorema:

Se $$n = 3^{\pi} \cdot p_1^{\pi_1} \cdot \ldots \cdot p_i^{\pi_i}$$

con $(1 < p_1 < \ldots < p_i ; \pi \geq 1, \pi_1 \geq 1, \ldots \pi_i \geq 1 ; i \geq 1)$

il numero degli elemeni cercati è

$$2 [\Sigma (-1)^{a_1 + \ldots + a_i} 2^{n:3 \, p_1^{a_1} \ldots p_i^{a_i}} + (-1)^{p_1^{1-2} \cdot n} - (-1)^n]$$

($a_1, a_2 \ldots a_i$ prendono indipendentemente i valori 0,1); se invece $n = 3^{\pi}$ $(\pi \geq 1)$ quel numero vale $2 (2^{n:3} + 1)$.

Infine, con un processo analogo a quello tenuto per stabilire la nozione di n-esimo rappresentante di un elemento di $(P)^{2n}$, si può definire la terna n-esima rappresentante di una delle 2^n terne contenute in un gruppo di $(P)^{2n \cdot 3}$ e risolvere questioni analoghe alle precedenti.

Ritornando alla teoria dei rappresentanti l'A. dimostra che gli elementi di una forma di prima specie si possono dividere in tre classi. Alla prima appartengono gli elementi di coincidenza: per essi il processo di rappresentazione è semplicemente periodico. Alla seconda appartengono gli elementi che non sono di coincidenza, ma che, a partire da una $(P)^{2m}$ d'indice m abbastanza elevato sono in uno stesso gruppo con un elemento di coincidenza; se questo è un rappresentante primitivo n-esimo, allora a partire dall'm-esimo rappresentante dell'elemento dato la successione dei rappresentanti è periodica con periodo n. Alla terza classe appartengono gli elementi non compresi nelle prime due. Gli elementi di ogni classe sono ovunque densi sulla forma cui appartengono. Le due prime classi si dividono ancora in due sottoclassi in rapporto a $(P)^3$. È dato un criterio algebrico, riferentesi all'ordinata angolare di un elemento per giudicare della sua classe.

Passiamo così all'esame della seconda parte del libro che della prima utilizza soltanto alcune nozioni sulle involuzioni fondamentali e sulle ordinate angolari.

Si studia in essa la curva del terz'ordine p^3 definita come luogo dei punti coniugati ad un punto P (non appartenente ai lati del triangolo ABC) nell'involuzione di secondo grado che vien stabilita su ciascuna retta passante per P. Questa curva ha P per punto doppio isolato (le tangenti complesse-coniugate sono i raggi doppi dell'involuzione ellittica $(P)^2$ nel fascio di centro P); passa per i vertici del triangolo fondamentale, ed

Digitized by Google

ha per tangente in A la coniugata armonica di PA rispetto ai due lati AB, AC; ha per punti di flesso i punti d'intersezione della polare di P con i lati del triangolo.

Altre generazioni di p^3 sono le seguenti:

Ad ogni retta per P si faccia corrispondere il suo polo che è sulla conica polare p^2 e poi la tangene ivi alla conica: l'intersezione di queste due rette corrispondenti genera il luogo p^3.

La curva p^3 è il luogo dei punti di contatto delle tangenti condotte da P alle coniche tangenti ai lati ABC, e alla polare p di P (rispetto al triangolo fondamentale).

Si dimostra inoltre, come risulterebbe anche da un immediato computo di costanti, che ogni curva del terz'ordine con punto doppio isolato è generabile nei modi precedenti.

A stabilire questi teoremi l'A. premette una lunga serie di dimostrazioni e costruzioni, di per sè interessanti, che riguardano le intersezioni di una retta e di una conica con p^3, la determinazione di alcune di esse note altre, vari criteri di realità di quelle intersezioni, configurazioni legate alla curva (quadrangoli inscritti) etc.

Il metodo di deduzione è quello proiettivo-elementare classico. Nei particolari del contenuto di questa parte non mi è possibile entrare senza uscire dai limiti di una recensione: chi si occupa della teoria delle curve del terz'ordine vi troverà risoluti molti problemi che sarebbe troppo lungo enunciare: da ciò del resto mi dispensa l'A. stesso che ha premesso al contenuto un indice dei problemi risoluti.

Come prosecuzione di questo studio sulle curve del terz'ordine l'A. accenna nella prefazione allo studio delle curve di quart'ordine con un punto triplo e della corrispondenza involutoria individuata nel piano del triangolo ABC e da un punto fisso P, quando si consideri come corrispondente di un punto Q il punto ad esso coniugato nell'involuzione ellittica che il triangolo ABC determina sulla PQ.

È chiaro che considerazioni di questo genere si possono moltiplicare a piacere, prendendo p. es. in esame una delle altre involuzioni studiate dal Berliner nella prima parte del libro. Resta però a vedere se l'interesse, sia pure di carattere particolare, giustifichi la ricerca; io non credo.

ENRICO BOMPIANI.

Digitized by Google

Matematica e Coltura.

A. Voss, *Die Beziehung der Mathematik zur Kultur der Gegenwart.* p. 49.

H. E. Timerding, *Die Verbreitung mathematischen Wissens und mathematischer Auffassung*, p. 112.

A. Voss, *Ueber die mathematische Erkenntniss,* p. 148.

Questi tre articoli riempiono i Fascicoli II e III della sezione consacrata alla matematica nella nota opera *Die Kultur der Gegenwart ;* essi furono pubblicati dal Teubner nel 1914 e posti in vendita al prezzo di Mk. 6 il primo, Mk. 5 il secondo.

Il primo articolo va specialmente raccomandato a coloro che hanno ancora concetti imperfetti e falsi intorno all' essenza delle scienze matematiche. Il Voss lo comincia riferendo tanto le dichiarazioni che attestano l' alta considerazione in cui esse sono tenute da personalità eminenti, quanto certi giudizi errati che produssero l' impopolarità di cui esse tuttora soffrono. Onde meglio spiegare questa impopolarità l'A. fa notare poi come molti erroneamente identificano la matematica o col calcolo numerico o con un arida raccolta di formole. Nell' intento di estirpare tali apprezzamenti sbagliati egli enumera le relazioni esistenti fra matematica e cultura tecnica e fa una rapida rassegna dello sviluppo storico delle scienze esatte a partire dai Babilonesi sino ai giorni nostri, rilevando l' influenza che esse esercitarono sopra l'Astronomia, la Geografia e vari rami della Fisica. Volgendosi quindi ai rapporti esistenti fra la scienza del numero e le scienze sociali, si arresta sul Calcolo delle probabilità, nelle sue relazioni con la Statistica, e sul Metodo dei minimi quadrati ; dopo un cenno intorno alla celebre legge psico-fisica del Fechner, dà rapida notizia di alcuni tentativi fatti per applicare le Matematiche alle Scienze naturali ed alla Medicina (1), per arrestarsi a lungo sopra le relazioni stabilite in vari tempi fra Matematica e Filosofia. In seguito, ricordato il valore eminentemente educativo sempre attribuito alle scienze esatte, l'A. dà notizie intorno alle nuove tendenze che si manifestarono di re-

(1) Di parecchi altri analoghi tentativi è fatto cenno nella memoria del relatore *Metodo matematico e Metodo statistico* (Atti e Memorie della R. Accademia Virgiliana di Mantova, Nuova Ser., Vol III. 1910, pag. 85-97); ad essi se ne potrebbe oggi aggiungere qualche altro.

Digitized by Google

cente nei metodi didattico-matematici in uso nelle Scuole medie, delle persone che ne furono fautrici e dei sodalizi che vi s' interessano. E, dopo un cenno sopra i giuochi matematici, fa una rapida rassegna delle pubblicazioni periodiche che provvedono a diffondere nel mondo le più recenti scoperte matematiche.

Con ciò egli reputa con ragione di avere segnalati tutti i rapporti che intercedono nell' epoca nostra fra le scienze esatte e la cultura.

L'articolo del Timerding ha un carattere preminentemente storico, avendo per iscopo di far conoscere quale sia stato il posto che, nelle varie epoche, la matematica ha tenuto nel quadro dello scibile; per conseguire lo scopo prefissosi l'A. tratta successivamente i temi seguenti: I. *Coltura matematica degli Egiziani.* II. *Id. dei Greci.* III. *Id. nell' alto Medio Evo.* IV. *Id. nell' epoca della Scolastica.* V. *Id. del Rinascimento.* VI. *Id. durante i secoli XVII e XVIII.* VII. *Id. in Germania durante il secolo XIX.* VIII. *Formazione dell' attuale ordinamento scolastico.* Da questo indice emerge che il Timerding ha studiato il tema da lui scelto da tutti i punti di vista (soltanto negli ultimi due paragrafi ha concentrata la propria attenzione sulla sua patria); la lettura dell' articolo prova la vastità e la profondità degli studi da lui compiuti, i quali gli permisero di insegnare al lettore una quantità di cose poco note e a tutti sconosciute (1). Mentre i primi sei di detti paragrafi interesseranno di preferenza coloro che hanno a cuore quanto accadde in epoche lontane dall' epoca presente, i due ultimi saranno avidamente letti da coloro che studiano le questioni didattiche che si discutevano con maggior calore alla vigilia dell'attuale conflagrazione. Andrebbero in particolar modo segnalate le ultime pagine ove è combattuta, con ottimi argomenti, l' inesplicabile opposizione che l' insegnamento della matematica nei Politecnici incontra da parte degli uomini pratici: andrebbero, diciamo, perchè oggi non si può dire quali saranno le opinioni dominanti quando la pace tornerà a splendere sul mondo.

(1) Riteniamo superfluo enumerare alcuni inesattezze storiche in cui l'A. è caduto, perchè ciò fu fatto con la consueta precisione da G. Enestrom (*Bibliothec matematica*, III Ser., T. XIV, 1914, p. 271-289).

Digitized by Google

Ancora più istruttivo è l'ultimo degli articoli in questione, nel quale sono compendiate e discusse, dal punto di vista della teoria della conoscenza, le principali teorie matematiche. Queste vengono distinte in " Discipline aventi una base esclusivamente logica „, epperò dotate del carattere d'immanenza, e " Discipline a basi sperimentali „, epperò aventi esistenza transitoria. Nell'impossibilità di entrare in molti particolari al riguardo, ci limitiamo a riferire uno schema della trattazione:

Sezione prima: LA CONOSCENZA IMMANENTE NELLA MATEMATICA PURA. I. *La conoscenza matematica dal punto di vista psicologico e logico.* A. *Lato psiolcogico della conoscenza matematica:* 1. *Origine empirica dei concetti e delle verità matematiche.* 2. *Genesi di nuove verità matematiche.* 3. *La scoperta matematica.* 4. *Dipendenza della produzione matematica da condizioni speciali.* 5. *Conoscenza matematica e storia della matematica.* B. *Lato logico della conoscenza matematica:* I. *Parte generale.* a) *Posizione della matematica,* b) *La certezza della conoscenza matematica.* c) *Errore e verità in matematica.* 2. *Parte speciale:* a) *Logica e matematica.* b) *Logica matematica, logica simbolica, assiomi.* II. *La conoscenza matematica nei principali rami della Matematica pura.* A. *L'analisi finita:* 1. *I numeri naturali.* 2. *La legge di permanenza ed i numeri razionali.* 3. *I numeri complessi.* B. *L'analisi infinitesimale:* 1. *Il numero nell'Analisi infinitesimale:* a) *I numeri irrazionali,* b) *Il concetto di limite,* 2) *Principali forme dell'Analisi infinitesimale*: a) *Calcolo differenziale,* b) *Calcolo integrale,* c) *Teoria delle serie,* d) *Teoria delle funzioni,* e) *Equazioni differenziali,* f) *Calcolo delle variazioni,* g) *Appendice: Teoria dei numeri.* C. *Le operazioni in generale:* 1. *Algebra.* 2. *Analisi combinatoria e Teoria dei gruppi.* 3. *Teoria degli invarianti.* 4. *Gruppi di trasformazioni.* D. *Teoria degli insiemi:* 1. *Potenza degli insiemi.* 2. *Gli insiemi ordinati. Paradossi della teoria degli insiemi.*

Sezione Seconda: VALORE TRANSITORIO DELLA CONOSCENZA MATEMATICA. I. *Considerazioni generali intorno alla transitorietà di concetti matematici.* A. *Punto di vista ingenuo delli antichi.* B. *Kant e la matematica moderna:* 1. *Estetica trascendente della Matematica.* 2. *Considerazioni matematiche.* 3. *Intuizione e pensiero.* 4. *Geometria e scienze naturali.* II. *Carattere transitorio delle Matematiche nelle loro principali applicazioni.* A. *Aritmetica:* 1. *Valore transitorio dell'Aritmetica.* 2. *Matematica di precisione e Matematica di approssimazione.* B. *Geometria.* 1. *La geometria degli antichi.* 2.

Digitized by Google

La Geometria moderna. 3. *Le ricerche metageometriche.* C. *Meccanica:* 1. *La meccanica classica.* 2. *Spazio e tempo.* 3. *Forza e massa.* 4. *Il sistema di riferimento nella Meccanica classica.* 5. *La teoria della relatività e la nuova meccanica.* D. *Il Calcolo delle probabilità.* — *Epilogo.*

L'A., mentre espone spesso idee e vedute originali, mostra generalmente di conoscere a fondo la letteratura dell'argomento, specialmente quella tedesca; tuttavia in alcune occasioni commette emissioni che è debito nostro rilevare.

Nel dar notizia delle origini della Teoria delle Equazioni integrali (p. 72) dimentica di parlare dei fondamentali lavori del Volterra e parlando (p. 117) del primo stadio di sviluppo della geometria analitica non rileva i meriti straordinari del Lagrange documentati dalla memoria sulle piramidi triangolari. Altrove (p. 26) ha mancato di ricordare l'aurea massima di Abel " bisogna enunciare i problemi matematici per modo di poterli sempre risolvere „, nella quale è stato ravvisato un carattere atto a distinguere le ricerche matematiche da ogni altra indagine scientifica (1). A proposito degli " errori „ avremmo desiderato vedere notato come certe proposizioni e certi ragionamenti hanno perduto il loro originario valore soltanto perchè alcuni vocaboli (p. es. la parola " funzione „) hanno mutato col tempo il loro primitivo significato. Notiamo ancora due sviste.

La proposizione che Fermat ha stabilita col suo metodo di " descente infinie „, non è l'impossibilità in numeri interi della equazione $x^4 + y^4 = z^4$ (p. 24), ma l'inesistenza di triangoli rettangoli in numeri aventi l'area espressa da numeri razionali. Dalla lettera scritta a B. Cavalieri il 24 Febbraio 1614 risulta che Galileo non cercò di determinare l'area della cicloide mediante la bilancia, come crede l'A. (p. 100).

Chiuderemo il presente resoconto riferendo le seguenti parole con cui il Voss dà ragione dell'importanza che acquistò in questi ultimi tempi la storia delle matematiche: " Capire un idea matematica significa seguirla nella sua genesi. Allo stesso modo che, conformemente ad una nota legge biologica generale, un organismo superiore conserva, durante il proprio stato embrionale, il tipo inferiore di formazione dal quale si svolse, così

(1) V. il succitato lavoro *Metodo matematico e metodo statistico.*

Digitized by Google

l'educazione del matematico deve tenere il debito conto dagli stadi di preparazione e dei tentativi, anche se falliti, attraverso a cui si è sviluppata una nuova teoria. Giacchè tutto il sapere matematico, anche quando trattasi dell'assimilazione di verità scoperte e dimostrate da altri, riposa sopra questo lavoro di riproduzione dell'atto creativo, che in ogni caso particolare si presenta sotto caratteri speciali. Naturalmente ciò deve intendersi *cum grano salis*, giacchè una persona non riuscirebbe mai a compiere un lavoro che esige tanto tempo per l'intera scienza. Ma un'attenta considerazione del corrispondente capitolo di storia della matematica rende possibile di soddisfare, in parte almeno, a siffatta esigenza „.

G. L.

Didattica.

David Eugene Smith, *The teaching of Geometry*, Boston, Ginn and Company, 1911 — 8° pag. 338.

Quest'opera, come già un'altra dello stesso autore (1), è dedicata alle Matematiche elementari ed è rivolta ai professori come una guida circa il modo di procedere nell'insegnamento della Geometria. Per poter infondere negli alunni interesse e amore al nuovo studio l'A. trova opportuno inspirarsi di frequente all'utilità pratica e a tale scopo arricchisce l'opera sua di una scelta raccolta d'applicazioni, pur considerando, fra i varî motivi che inducono allo studio della Geometria, quello " del piacere che si prova avvicinandosi all'antico edifizio che ha occupato l'attenzione delle menti più fervide durante tante migliaia di anni nei quali venne perfezionato sempre „. Dei fondamenti di questo edificio Egli narra una breve storia nel 3° capitolo, citando i più remoti documenti e accennando alla vita dei grandi geometri antichi, di Talete, di Pitagora, di altri grandi ancora e più diffusamente di Euclide.

L'A. passa ad esaminare gli elementi del primo grande trattatista, ponendone in rilievo tutti i pregi e ricordando le varie alterazioni che dovettero subire attraverso tante più o meno fedeli traduzioni. Nei capitoli VII, VIII e IX espone le qualità

(1) V. la recensione a pag. 76 Tomo III di questo *Bollettino*.

Digitized by Google

essenziali di un buon trattato di Geometria elementare, dopo aver tenuto conto delle difficoltà gravi che si presentano all'insegnante per far comprendere ed agli scolari per capire i primi elementi e propone la risoluzione di alcuni utili e divertenti problemi allo scopo di iniziare ed interessare gli alunni a tale studio. Nell' XI capitolo l'A. tratta sinteticamente di tutte le questioni sorte intorno alla introduzione degli assiomi e dei postulati, riferendosi di frequente agli antichi e rilevando i varî criterî ai quali è d'uopo inspirarsi nella scelta di tali principî fondamentali. Il capitolo XII è dedicato alle definizioni, il XIII ai metodi migliori per guidare gli alunni alla risoluzione di problemi diversi ed i seguenti a varî teoremi, ai quali l'A. fa talvolta seguire la storia concisa delle circostanze che condussero ad affermare tali proposizioni; inoltre, per metterne in luce l'utilità, le applica ad eseguire alcune costruzioni geometriche semplici ed importanti, proponendo in seguito varie altre questioni che si riferiscono ai teoremi citati.

Nel capitolo XVII è svolta la teoria dell'equivalenza allo scopo di determinare le aree dei poligoni; a questa fa seguito il teorema di Pitagora sul triangolo rettangolo, quello generalizzato ad un triangolo qualunque e quindi la classica formula di Erone per determinarne l'area. Il capitolo XVIII è dedicato alla ciclometria: l'A., riferendosi ai libri d'Euclide, propone dapprima l'iscrizione di varî poligoni regolari ad una circonferenza di raggio dato, poi, attraverso brevi considerazioni di similitudine, determina il teorema fondamentale di questa teoria e riporta infine alcune espressioni notevoli di π. Gli altri tre capitoli del libro sono dedicato alla stereometria che l'A. tratta seguendo sempre i libri di Euclide, pur facendo allusione alla corrente moderna del fusionismo, che svolge la geometria solida parallelamente a quella piana; così Egli introduce dapprima le definizioni degli enti fondamentali e i postulati dello spazio, poi considera le varie proprietà dei problemi, proprietà che espone sotto forma di teoremi, dei quali dà una breve dimostrazione, e, quando si presenti opportuna, qualche applicazione pratica ed interessante, sopra tutto dopo la determinazione delle aree e dei volumi di solidi anteriormente definiti. Infine nell'ultimo capitolo l'A. espone una breve trattazione della sfera di cui cita i più noti teoremi ricordando un metodo ingegnoso per quanto non affatto

Digitized by Google

elementare di determinarne il volume. E qui finisce quest'opera che ha il pregio di essere chiara e ordinata e di possedere una interessante raccolta di dati storici documentati e di esercizi utili e dilettevoli.

MARIA DESTEFANIS.

Pubblicazioni recenti sulla Storia delle Matematiche.

A. FAVARO, *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.* — XXXVII. *Mario Guiducci.* — Atti del R. Istituto Veneto, T. LXXV, Parte II, 1915-16.

In questa raccolta di medaglioni riferentesi a coloro che ebbero relazioni con Galilei non ne poteva mancare uno dedicato a Mario Guiducci (n. a Firenze il 18 marzo 1584, m. ivi il 5 novembre 1646), discepolo devoto ed amico sviscerato di quel sommo. Era noto essere il « Discorso delle comete » pubblicato dal Guiducci opera di Galileo; ma il carteggio fra essi (per quanto oggi mutilo), pubblicato dal Favaro nell'Edizione nazionale, e altri documenti coevi (uno dei quali viene per la prima volta dato in luce nell'opuscolo che annunciamo) permettono di delineare con precisione le molteplici circostanze in cui il Guiducci potè gentilmente dimostrare al suo maestro una devozione veramente figliale.

A. FAVARO, *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.* — XXXVIII, *Marino Mersenne.* — Atti del R. Istituto Veneto, T. LXXVI, Parte II, 1916-17.

Del celebre frate (nato a La Sultière, provincia del Maine, l'8 settembre 1588, m. a Parigi il 1 settembre 1648) che tanto utile fu alla scienza provocando vivaci scambi di idee fra i maggiori scienziati del suo tempo, sono descritte con tutti i particolari desiderabili, le relazioni con Galilee e con i suoi discepoli; ma verso il termine sono anche ricordati i fatti che ne lumeggiano il carattere col porne in evidenza le qualità ed i difetti.

A. FAVARO, *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.* — XXXIX. *Niccolò Fabri di Peiresc.* — Atti del R. Istituto Veneto, T. LXXVI, Parte II, 1916-17.

Di famiglia oriunda di Pisa, il Peiresc nacque in un castello

Digitized by Google

vicino a Aix il 1 dicembre 1580; a motivo di studio dimorò a lungo in Italia, ove fu discepolo di Galileo, con cui molto più tardi ebbe corrispondenza epistolare; morì il 24 Giugno 1637. Il Favaro ne caratterizza completamente le benemerenze scientifiche, sfruttando abilmente le pubblicazioni di F. Tamizer de Larroque.

A. Favaro, *Adversaria Galileiana. Serie I.* Atti e Memorie dell'Accademia di Padova. T. XXXII, 1915-16, e Serie II, Id., T. XXXIII, 1916-17.

Questa collezione, che sembra dover prendere il posto di quella intitolata *Scampoli Galileiani* e dove verranno trattate questioni controverse relative a Galileo, comprende finora gli articoli seguenti:

I. Galileo Galilei seniore, medico. II. La scoperta dei Pianeti Medicei ricordata dai Gesuiti al Collegio della Flèche nel 1611. III. Galileo e le Leggi di Keplero. IV. Galileo, Viviani e le prove meccaniche della rotazione della terra. V. Leonardo da Vinci e Galileo Galilei, a proposito dell'invenzione dell'orologio a pendolo. VI. Studi Galileiani inediti di Emilio Wohlwill. VII. Un preteso precursore di Galileo nella scoperta dell'isocronismo del pendolo. VIII. Nuova contribuzione alle notizie sull'insegnamento di Galileo nello Studio di Padova. IX. Intorno ad un giudizio sul Varchi attribuito a Galileo. X. Per il terzo centenario del Decreto contro la dottrina del moto della terra (5 marzo 1616 - 5 marzo 1916). XI. Una relazione sul processo di Galileo edita nel secolo XVII. XII. Intorno ad una tesi sul Sistema Copernicano sostenuta al Collegio della Flèche nel 1642. XIII. Per la migliore conservazione dei Manoscritti Galileiani.

A. Favaro, *Se e quale influenza abbia Leonardo da Vinci esercitata su Galileo e sulla scuola galileiana.* — Scientia, Vol. XX.

L'A. combatte, almeno per quanto concerne Galileo e Benedetto Castelli, la tesi del Duhem che le idee nuove, che Leonardo da Vinci sparse a larga mane nelle sue note, non rimanessero sconosciute ai suoi successori; al contrario saccheggiate da numerosi autori, esse hanno, durante tutto il Secolo XVI ispirati gli scritti che essi pubblicarono sulla meccanica dei solidi e dei liquidi.

Digitized by Google

A. FAVARO, *I successori di Galileo nello Studio di Padova fino alla caduta della Repubblica.* — Nuovo Archivio Veneto, T. XXXII, 1917, p. 96-192.

Ai numerosi lavori che l'A., a partire dal 1880, ha dedicato all'Ateneo patavino, egli ne aggiunge con la presente pubblicazione uno di grande importanza che fa nascere il desiderio di un'opera completa sulla storia del glorioso istituto in cui insegnò Galileo. Tutta la trattazione è divisa in tre parti: I. Matematica ed Ingegneria militare, navale e civile. II. Astronomia e Metereologia. III. Fisica, Chimica ed Agricoltura sperimentale.

A. FAVARO, *La condanna di Galileo e le sue conseguenze per il progresso degli studi.* — Scientia, T. XX, 1916.

Confutazione della strana asserzione, che si legge in un'opera recente, che la condanna di Galileo abbia recato un colpo sensibile all'indagine astronomica.

A. FAVARO, *Di alcune inesattezze nel "Racconto istorico della Vita di Galileo" dettato da Vincenzo Viviani.* — Archivio storico Italiano 1916.

Di questo « Racconto » l'A. ebbe già ad occuparsi in anteriori pubblicazioni; con la presente egli non intende infirmarne la credibilità in generale, ma soltanto di segnalare alcuni punti che esigono delle correzioni, in base ai risultati delle più recenti ricerche.

J. GINSBURG, *New Light on ours Numerals.* — Bull. of the Amer. mathem. Society, Vol. XXIII, May 1917.

Dai nuovi documenti che stanno a base del presente articolo risulta che le nostre cifre giunsero dall'India a conoscenza degli Arabi un secolo prima di quanto si credeva e che lo zero non faceva parte in origine del sistema. Esse mettono in luce un personaggio, Severo Sebokht (m. nel 631), ingiustamente trascurato sinora dagli storici della matematica.

W. H. BUSSEY. *The Origin of mathematical Induction.* — The American mathem. Monthly, May 1917.

L'A. fa risalire a Maurolico il metodo d'induzione completa, che egli segue poi in Pascal e negli autori moderni; a lui è

Digitized by Google

sfuggito (cfr. G. Vacca in questo *Bollettino*, T. XII, 1910, p. 33 5) che traccie di quella procedura si trovano negli *Elementi* anche di Euclide.

B. PETRONIEVICS, *Sur les nombres infinis de Fontenelle.* — Rend. della R. Accad. dei Lincei, Seduta del 4 marzo 1917.

Paragone della teoria di Fontenelle con quelle analoghe di G. Cantor e Veronese; superiorità di queste su quella.

F. CAJORI, *Discussion of Fluxions: from Berkeley to Woodhouse.* — The American mathem. Monthly, April 1917.

Particolareggiate informazioni intorno alle incertezze ed alle discussioni riguardo al significato della locuzione « quantità infinitesima » sorte fra i contemporanei e gli immediati successori di Newton.

E. MILLOSEVICH, *Il sorgere eliaco di Sirio, con qualche accenno di paleo-cronologia egizia.* — Memorie del R. Osservatorio astronomico al Collegio Romano, Ser. III, Vol. VII. Parte I, Roma 1917.

Questo lavoro prende degnamente posto fra i contributi che gli astronomi vanno arrecando a questioni di antichissima cronologia.

LUISA VIRIGLIO, *I segni numerali romani.* — Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, T. LII, 1916-17.

Uno studio delle inscrizioni latine sinora pubblicate induce a modificare alcune opinioni diffusissime. Così non è vero che i segni numerali fossero lettere; erano segni speciali che, con con l'andare del tempo, vennero confusi con lettere; per distinguerli da queste s' introdusse l' uso della lineetta sovrapposta. Così i numeri 4 e 9 erano di regola scritti sotto le forme IIII e VIIII, e di rado si usavano le forme sottrattive IX e IIX.

A queste osservazioni aggiungiamo che singolari applicazioni della numerazione romana s' incontrano nelle date apposte ad antiche stampe (v. G. FUMAGALLI, *Bibliografia*, III ed., Milano 1916, p. 126). In alcune si nota una miscela di numeri Romani e di numeri Arabi: valgano ad esempio queste due:

MccccLxx2 e Mcccc72 (1172);

Digitized by Google

un'applicazione più larga della consueta del sistema sottrattivo si traccia nelle altre seguenti:

$$\text{Mcccc}\overline{\text{xc}} \quad 1480; \qquad \text{Miiij}\overline{\text{D}} \quad (1476);$$

altre infine, per essere intese a dovere, esigono considerazioni di tipo nuovo; tali sono le seguenti:

$$\text{MCCCC}\overline{\text{Hij}}\text{XXVIII} \quad , \qquad \text{MiiiiC}\overline{\text{iiii}}\text{XXViij}$$

che, per condurre al numero 1488, debbono venire interpretate come segue:

$$1000 + 4 \times 100 + 4 \times 20 + 8$$

onde potrebbero intendersi come resti di un sistema di numerazione a base 20.

D. E. Smith, *On the Origin of certain typical Problems.* — The American mathematical Monthly, February 1917.

Vi sono alcuni problemi che, sia pure sotto forme differenti, si incontrano presso quasi tutti i popoli civili. Di quattro fra essi l'A. indica gli svariati enunciati. Sono il « problema delle cisterne », il « problema di Giuseppe » (che già aveva attratta l'attenzione dell'Ahrens; cfr. questo *Bollettino*, T. XV, 1913, p. 127); il terzo ha per oggetto la determinazione dell'eredità che compete a due gemelli di sesso diverso nati dopo la morte del padre, il quale aveva disposto del suo avere contemplando soltanto i casi della nascita di un figlio dell'uno o dell'altro sesso; l'ultimo finalmente è il noto « problema dei corrieri ». Soltanto la prima e l'ultima di dette questioni appartengono alla scienza dei numeri; chè il secondo è un problema di situazione e la terza è piuttosto giuridica. Sopra le vicende di tutti il dotto autore porge notizie ampie ed esatte.

O. Zanotti-Bianco, *La trepidazione in Dante?* — Atti della R. Accad. di Torino, seduta del 14 gennaio 1917.

Contributo alla determinazione delle cognizioni astronomiche di Dante; l'A. dissente dall'interpretazione proposta dal Duhem nel T. IV della sua opera *Le système du monde* pei versi 142-148 del Canto XXVII del *Paradiso*.

G. Milhaud, *Descartes et Bacon.* — Scientia, T. XXI, 1917.

Proseguendo i suoi studi sopra Cartesio, l'A. si sforza di

Digitized by Google

spiegare l'indulgente simpatia con cui viene da lui considerata l'opera di Bacone.

H. Suter, *Ueber die Ausmessung der Parabel von Thâbit b. Kurrah al-Harrâni* — Sitzungsberichte der phys. medizin. Sozietät von Erlungen, Bd. 18 (1916).

Del celebre matematico arabo Thâbit la Biblioteca Nazionale di Parigi possiede due importanti memorie, una sulla misura della parabola, l'altra su quella del paraboloide (di rotazione?); della prima l'articolo che annunciamo contiene una compendiosa riproduzione in tedesco, dalla quale emerge che il metodo impiegato consiste in un'applicazione originale dell'antico metodo di esaustione, modellata su quelle che si leggono negli *Elementi* di Euclide, ma differente da quella fatta con lo stesso scopo da Archimede (il cui lavoro, secondo il parere del Suter, era ignoto a Thâbit). Questo articolo rappresenta un notevole contributo alla conoscenza della geometria degli Arabi; auguriamo che sia seguito da uno congenere relativo alle ricerche di Thâbit sopra il paraboloide.

Ch. Tweedie, *The "Geometria Organica" of Colin Maclaurin: An Historical and Critical Survey.* — Proc. of the R. Soc. of Edimburgh 1915-16, Vol. XXXIV, Parte I.

È un'esposizione fatta, in linguaggio moderno, del contenuto della più importante opera del celebre geometra scozzese; oltre a rendere più agevole il comprendere ed apprezzare il valore di questa, essa porta a far risalire a Maclaurin la scoperta di alcune curve e di alcune proposizioni ritrovate più tardi da altri. Lavori di tal genere costituiscono un prezioso aiuto per lo storico, onde è da augurarsi che l'esempio del Tweedie venga seguito da altri, onde si venga in possesso di una ricca collezione di recensioni delle più rare ed importanti opere matematiche: di essa potrà trarne inapprezzabile vantaggio colui che vorrà un giorno seguire le norme del Montucla e del Cantor.

G. Bigourdan, *Sur un ouvrage de Viète supposé perdu: l'« Harmonicon celeste »*. — Comptes rendus de l'Acad. des Sciences de Paris, 14 Febbraio 1916.

G. Vacca, *L'« Harmonicon celeste » de François Viète.* — Ivi, 1 Maggio 1916.

Digitized by Google

Nella prima di queste note è segnalata l'esistenza nella Biblioteca Nazionale di Parigi di un manoscritto contenente una parte dell'*Harmonicon celeste* di Viète, opera che Delambre giudicava come perdata. Nella seconda vengono segnalati altri due codici conservati a Firenze che contengono la medesima opera e sono aggiunte altre informazioni complementari sull'argomento. Notiamo che lo scritto del Bigourdan fa parte di una serie, che continua tuttora, d'importanti ricerche sopra la storia dell'Astronomia, specialmente in Francia, sulla quale richiamiamo l'attenzione degli studiosi.

L. A. Pereire de Silva, *Os dois Doutores Pedre Nunes.* — Rivista da Universidade de Coimbra, Vol. II, 1914.

Un antico biografo di P. Nunes aveva creduto avessero esistito due individui di tale nome; in base a documenti da lui esaminati, l'A. dimostra l'infondatezza di questa opinione.

Notizie.

Tema d'Astronomia proposto dall'Accademia di Danimarca. Finora non fu tratto tutto il partito possibile dalle osservazioni fatte intorno alle stelle del tipo spettrale *N* (4° tipo nelle notazioni del P. Secchi). La loro parallasse media venne provvisoriamente determinata nel 1910 dal Kapteyn, ma nulla si conosce sulla loro velocità e poco sulla loro distribuzione. Perciò l'Accademia propone di *studiarne le distanze, la distribuzione nello spazio, e, per quanto possibile, le loro velocità e la ripartizione di queste.* Premio: Medaglia d'oro del valore di 320 corone; scadenza 31 ottobre 1918. — I lavori dei concorrenti devono essere diretti in tempo utile ed anonimi al prof. G. H. Zeuthen.

G. Darboux nacque a Nimes il 13 agosto 1842; esauriti gli studi classici nel Liceo di questa città, passò nel 1859 in quello di Montpellier onde percorrervi la classe di Matematiche speciali. Ammesso come primo tanto alla Scuola Normale superiore quanto alla Scuola Politecnica, optò per la prima, seguendo un'irresistibile inclinazione per l'insegnamento. Ivi si acquistò ben presto la stima e la benevolenza di Pasteur, il quale fece creare appunto per lui nella Scuola Normale il posto di aggregato-preparatore per le matematiche e ottenne che lo occupasse per un

Digitized by Google

biennio, dopo che vi aveva compiuto i tre anni di alunnato. In seguito e sino al 1872 fu professore a Parigi nei Licei S. Luigi e Luigi il Grande. In detto anno ebbe il posto di « maitre de conférence » alla Scuola Normale e di supplente di Liouville al Collegio di Francia; nel 1880, alla morte di Chasles, divenne titolare della Cattedra di Geometria superiore alla Sorbona; nove anni dopo fu nominato « doyen » di quella Facoltà di Scienze e nel 1900 succedette a Bertrand nella carica di Segretario perpetuo dell'Accademia delle Scienze. Morì a Parigi il 23 febbraio 1917, in seguito ad un'operazione chirurgica, mentre andava meditando nuove pubblicazioni che certamente avrebbero accresciuta la fama già grandissima che gli avevano procurato i molti suoi scritti divenuti da tempo classici.

P. Duhem. Il piccolo drappello degli studiosi di storia delle scienze è in lutto per l'improvisa e dolorosa scomparsa del più assiduo cultore di tale ramo dello scibile che annoverava la Francia dopo la morte di P. Tannery. Nato a Parigi il 10 Giugno 1861, egli si è spento a Cabrespine (villaggio delle Cevenne) il 14 Settembre 1916, in qualità di professore di Fisica teorica nell'Università di Bordeaux. Altri analizzerà le assidue ricerche per fondare la *Termodinamica generale o Energenetica*. Qui vanno ricordati i due volumi sopra *Les origines de la Statique*, i tre di *Etudes sur Léonard da Vinci* e le grande opere sopra *Le système du monde*, che doveva comprendere dieci poderosi volumi, di cui uscirono sinora quattro, a cui presumibilmente due altri potranno essere aggiunti sfruttando i materiali da lui lasciati in buon ordine. Al Duhem si deve la scoperta e la pubblicazione di un grande numero di importanti manoscritti e per quest'opera assidua egli ha ottenute lodi universali ed incondizionate. Meno concorde fu il giudizio intorno ai precedimenti con cui egli traeva conclusioni dai testi studiati, chè molti le trovavano improntate di parzialità verso i suoi conterranei o infirmati da altri preconcetti (*). Tuttavia con l'insieme dei suoi lavori storici il

(*) Fra i più severi giudizi sopra il metodo del Duhem citiamo quello di uno specialista in ricerche vinciane, E. Solmi (v. l'articolo *Le fonti di Leonardo da Vinci*, nel Suplem. n. 10-11 del *Giornale storico della letteratura Italiana*, 1908, p. 25), il quale non esitò a dichiararlo «indefinibile, e tale, per la sua arbitrarietà da servire a giustificare i più assurdi ravvicinamenti».

Digitized by Google

Duhem elevò a sè stesso un monumento dinanzi a cui tutti s' inchinarono, s' inchinano e s'inchineranno sempre.

ESISTETTE UN MATEMATICO ZENOFONTE? In vari passi del Codice atlantico (p. 145, 196, 201) ed in altri manoscritti vinciani che E Solmi ha diligentemente adunati (v. la memoria *Le fonti di Leonardo da Vinci* inserita nel Supplem. n. 10 del *Giornale storico della letteratura italiana*), è fatto cenno di un certo Zenofonte, per essersi occupato di questioni geometriche (specialmente quadratura delle lunole). Ora siccome tale nome non s' incontra nella storia della matematica greca, nè fu possibile rintracciarlo nella letteratura previnciana sinora esaminata, così si affaccia un curioso problema che raccomandiamo agli eruditi, quello cioè di determinare a chi alludesse il sommo pensatore nei passi dianzi ricordati.

LA SCIENCE FRANÇAISE. Il Ministero francese dell' Istruzione pubblica e delle Belle Arti partecipò all'Esposizione internazionale di San Francisco con una collezione delle principali opere uscite in Francia sopra i vari rami dello scibile. Ogni sezione della raccolta era accompagnata da un Catalogo comprendente, non solo i lavori esposti, ma anche altri di notevole importanza; di più ogni Catalogo speciale era preceduto da una breve riassunto storico della scienza a cui si riferiva, dovuto a persone di singolare autorità e competenza. Ad Esposizione finita questi Cataloghi vennero riuniti in due volumi intitolati *La science française* (Paris 1915) e largamente diffusi. Essi costituiscono un bilancio impressionante dei contributi dati dalla Francia al patrimonio intellettuale dell'umanità. Interesseranno in particolar modo i nostri lettori gli articoli sopra *Le matematiche* di P. Appell e *L'astronomia* di B. Baillaud; ma siamo certi che nessuna persona colta mancherà di gettare almeno uno sguardo anche sugli altri, onde formarsi un adeguato concetto dell'immenso movimento che ebbe il pensiero umano presso i nostri vicini d'Oriente e di cui essi vanno giustamente orgogliosi.

BIBLIOTECA N.2
ROMA
VITTORIO EMANUELE

Pavia — Premiata Tipografia Successori Fratelli Fusi.

202396

Digitized by Google

Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche

Si pubblica in fascicoli trimestrali, ciascuno di almeno 32 pag. in 8°.

Abbonamento annuo per l'Italia L. 7.50, per l'Estero L. 10.—

Gli abbonamenti si ricevono presso la Casa Editrice ROSENBERG & SELLIER, Torino, Via Maria Vittoria, 18, e presso i principali librai dell'Italia e dell'Estero.

Per quanto concerne l'Amministrazione rivolgersi alla Casa editrice; invece gli articoli da inserirsi, i libri, giornali ecc., cioè in generale quanto concerne la Redazione, va indirizzato al Prof. G. LORIA, Genova, Piazza Manin, 41.

Sommario del presente Fascicolo

La correspondance entre Ludwig Schäfli et des Mathématiciens Italiens de son époque (J. H. Graf), pag. 65-73.
Matematiche generali (E. Bompiani) pag. 73-77.
Involuzioni (E. Bompiani) pag. 77-81.
Matematica e Cultura (G. L.), pag. 82-86.
Didattica (Maria Destefanis), pag. 86-88.
Pubblicazioni recenti sulla Storia delle Matematiche, pag 88-94.
Notizie, pag. 94-96.

Digitized by Google

RECENTISSIME PUBBLICAZIONI

in vendita presso la

Libreria Internazionale ROSENBERG & SELLIER

TORINO — Via Maria Vittoria, 18

BOREL. — Introduction géométrique à quelques théories physiques. L. 5,50.
BRAUDE. — Les coordonnées intrinsèques. L. 2,25.
CASTELNUOVO. — Lezioni di Geometria analitica. Vol. I/III, L. 15.
DOLBNIA J. — Oeuvres mathématiques publiées par Kriloff. L. 12,50.
ENRIQUES. — Questioni riguardanti le matematiche elementari. — Vol. I/II, L. 50.
GUILLAUME. — Les récents progrès du système métrique. L. 5,50.
Handbuch der angewandten Mathematik, hrsg. v. Timerding.
Bd. I: SANDEN. — Praktische Analysis. L. 4,75.
Bd. II: HJELMSLEV. — Darstellende Geometrie. L. 7,25.
HAUSDORFF. — Grundzüge der Mengenlehre. L. 23,50.
SALPETER. — Einführung in die höhere Mathematik. L. 15,50.
SMITH e MIKAMI. — History of Japanese Mathematics. L. 20.
ZEUTHEN. — Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie. L. 21.

—

GUIDA ALLO STUDIO DELLA STORIA DELLE MATEMATICHE

DEL

Prof. GINO LORIA

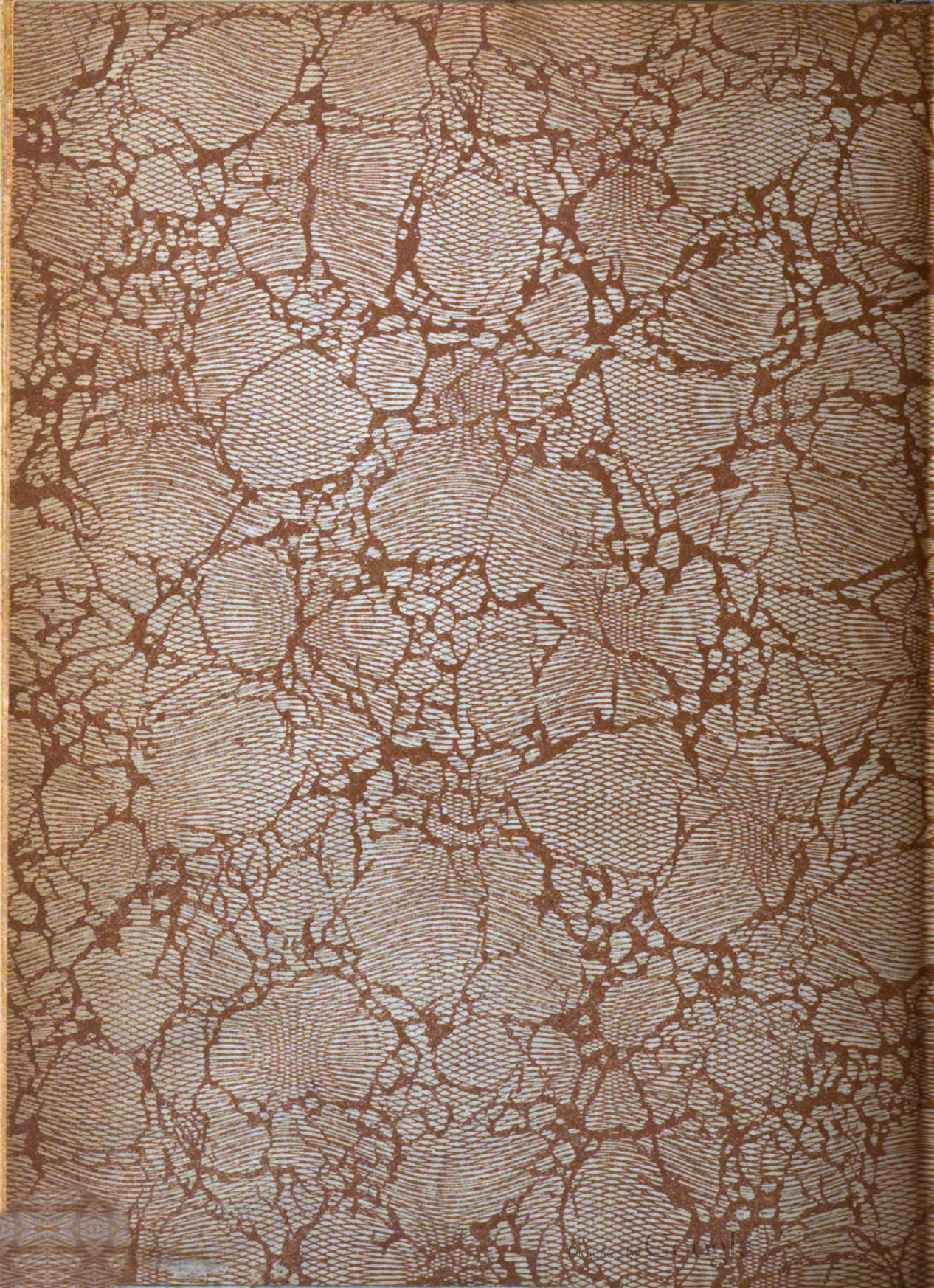
Prezzo del volume elegantemente rilegato L. 3.

MILANO
ULRICO HOEPLI

1917

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google